

**Μαθηματικά κατεύθυνσης Β' Λυκείου**  
**26 Απριλίου 2026**  
**Εξεταζόμενη ύλη: Διανύσματα-Ευθείες-Κύκλος**

**Θέμα Α**

1. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη ενός κύκλου  $C$  με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα  $\rho$  σε ένα σημείο  $A(x_1, y_1)$  δίνεται από τον τύπο  
$$xx_1 + yy_1 = \rho^2$$

(Μονάδες 8)
2. Να αναφέρετε την γενική μορφή εξίσωσης μιας ευθείας και τον τύπο της απόστασής της από ένα σημείο  $M(x_0, y_0)$ .

(Μονάδες 7)
3. Να χαρακτηρίσετε με  $\Sigma$  (Σωστό) ή  $\Lambda$  (Λάθος) τις παρακάτω προτάσεις :
  - i. Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{\delta} = (-A, B)$ .
  - ii. Η ευθεία  $-3y = -2x - 6$  σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα  $x'x$ .
  - iii. Αν μια ευθεία είναι παράλληλη στον  $x'x$  τότε έχει συντελεστή διεύθυνσης μηδέν.
  - iv. Αν  $A^2 + B^2 > 4\Gamma$ , τότε η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει κύκλο.
  - v. Αν  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$  τότε  $\vec{\alpha} = \vec{0}$  ή  $\vec{\beta} = \vec{0}$ .

(Μονάδες 10)

**Θέμα Β**

Έστω τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$ . Αν  $\vec{\omega} = \vec{\beta} - 2\vec{\alpha}$  και  $\vec{\nu} = \vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$  είναι κάθετα τότε :

1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ 

(Μονάδες 6)
2. Να δείξετε ότι τα  $\vec{\omega}$  και  $\vec{\nu}$  είναι κάθετα.

(Μονάδες 6)
3. Να βρείτε την σχέση που συνδέει τα μέτρα των  $\vec{\omega}$  και  $\vec{\nu}$ .

(Μονάδες 8)
4. Να βρείτε το  $\kappa$  ώστε το  $\vec{\nu} = (\kappa^2 - \kappa, \kappa)$  να σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 5)

### Θέμα Γ

1. Δίνεται η εξίσωση  $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ .

- Να δείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο με κέντρο το  $K(2, -1)$  και ακτίνα  $\rho = \sqrt{2}$ .
- Να γράψετε την άλλη μορφή εξίσωσης του κύκλου και να βρείτε την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο  $A(1, -2)$ .
- Να δείξετε ότι ο  $C$  και ο  $C': (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 1$  δεν εφάπτονται.

(Μονάδες 12)

2. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες  $\varepsilon_1: 3x + 4y + 6 = 0$  και  $\varepsilon_2: 3x + 4y + 16 = 0$

- Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των ευθειών.
- Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης των ευθειών.

(Μονάδες 13)

### Θέμα Δ

Δίνεται η εξίσωση  $y = \lambda(x - 2) + \lambda - 2$  (1),  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε  $\lambda$ .

(Μονάδες 5)

2. Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες της εξίσωσης (1) διέρχονται από ένα σταθερό σημείο  $M$  και να βρείτε τις συντεταγμένες του.

(Μονάδες 7)

3. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η (1) και η ευθεία  $x - \lambda y + \lambda - 2 = 0$  (2) τέμνονται και στην συνέχεια να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η (2) είναι παράλληλη στον άξονα  $y'y$ .

(Μονάδες 7)

4. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου  $C$  του οποίου το κέντρο βρίσκεται στο  $1^\circ$  τεταρτημόριο και είναι σημείο της ευθείας  $\varepsilon: y = 2x - 1$ . Για τον κύκλο έχουμε ακτίνα  $\rho = 3\sqrt{2}$  και ότι η ευθεία  $\zeta: x + y - 2 = 0$  εφάπτεται στον κύκλο.

(Μονάδες 6)

**Καλή επιτυχία!**

**Τα θέματα επιμελήθηκε ο καθηγητής:**

**Τσιρώνης Βαγγέλης**