

Άλγεβρα Β' Λυκείου

17 Απριλίου 2026

Εξεταζόμενη ύλη: Συναρτήσεις-Τριγωνομετρία-Πολυώνυμα-Εκθετικές συναρτήσεις-Λογάριθμοι

Θέμα Α

1.

- Να γράψετε τον ορισμό μιας γνησίως αύξουσας συνάρτησης f σε ένα διάστημα Δ .
- Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει μέγιστο στο $x_0 \in A$;

(μονάδες 8)

2. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο μιας διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με $P(\rho)$.

(μονάδες 7)

3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ) :

- Αν μια συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή και έχει ρίζα τον αριθμό ρ , τότε θα έχει ρίζα και τον αριθμό $-\rho$.
- Αν $\eta\mu\omega = 0$ τότε υποχρεωτικά θα είναι $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$.
- Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει το πολύ μία ρίζα.
- Για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός.
- Αν $0 < a \neq 1$, τότε η συνάρτηση $f(x) = a^x$ έχεις σύνολο τιμών το \mathbb{R} .

(μονάδες 10)

Θέμα Β

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - x}$.

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης και να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι περιττή .
- Να υπολογίσετε την παράσταση $A = f(\ln 2) + f(\ln \frac{1}{2})$.

(μονάδες 15)

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού , την μονοτονία και τα σημεία τομής της C_g με τους άξονες x' και y' της συνάρτησης $g(x) = e^x - e$ και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας. Στην συνέχεια να υπολογίσετε το $g(\ln 2e - \ln 2^{-1})$ και να την σχεδιάσετε.

(μονάδες 10)

Θέμα Γ

Δίνεται η παράσταση $B = \frac{\sin(2\pi+x) \cdot \sin(\frac{\pi}{2}+x)}{\eta\mu(13\pi+x) \cdot \sin(\pi-x)}$ και η συνάρτηση $f(x) = (B + 5)\eta\mu 2x$.

1. Να δείξετε ότι $B = -1$.
(μονάδες 8)
2. Να βρείτε την περίοδο, την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f και να την σχεδιάσετε σε διάστημα μιας περιόδου.
(μονάδες 7)
3. Να λύσετε την εξίσωση $(B + \sin x)(f(x) + 2\sqrt{3}) = 0$.
(μονάδες 8)

Θέμα Δ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 - bx + 1$ με παράγοντα το $x + 1$ και το υπόλοιπο της διαιρέσής του με το $x - 1$ είναι 6.

1. Να δείξετε ότι $a = 2$ και $b = -2$.
(μονάδες 7)
2. Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ είναι πάνω από τον άξονα x' .
(μονάδες 6)
3. Να εξετάσετε σε ποια διαστήματα η $g(x) = 2\frac{P(x)}{x+1}$ είναι κάτω από την $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x^2-2}{-x}}$.
(μονάδες 7)
4. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{P(x) - x^3} = 2x + 1$.
(μονάδες 5)

Καλή επιτυχία!

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Τσιρώνης Βαγγέλης