Απαντήσεις: Μαθηματικά κατεύθυνσης Β΄ Λυκείου
26 Απριλίου 2026
Εξεταζόμενη ύλη: Διανύσματα-Ευθείες-Κύκλος

Θέμα Α

1. Απόδειξη σελίδα 83 σχολικού.

2. Τύποι σελίδες 66 και 71 σχολικού.

3.

- **i.** **Λ**
- **ii.** **Σ**
- **iii.** **Σ**
- **iv.** **Σ**
- **v.** **Λ**

Θέμα Β

1. $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = 2\cdot 1\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\cdot 1\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -1.\varepsilon$

2. $\vec{\omega}\cdot\vec{v} = \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} + 3\vec{\beta}^2 - 2\vec{\alpha}^2 - 6\cdot\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = -1 + 3\cdot 1^2 - 2\cdot 2^2 - 6(-1) = 0$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\tau\alpha$.

3. $|\vec{\omega}|^2 = \left(\vec{\beta} - 2\vec{\alpha}\right)^2 = \vec{\beta}^2 - 4\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} + 4\vec{\alpha}^2 = 21$

$|\vec{v}|^2 = \left(\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}\right)^2 = 4 - 6 + 9 = 7$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $|\vec{\omega}| = \sqrt{3}|\vec{v}|$.

4. $\lambda_u = \frac{y}{x} \Rightarrow -1 = \frac{\kappa^2 - \kappa}{\kappa} \Rightarrow \kappa^2 = 0 \Rightarrow \kappa = 0.$

Θέμα Γ

1.

i. $K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $K(2,-1)$ $\kappa\alpha\iota$ $\rho = \frac{\sqrt{A^2+B^2-4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{(-4)^2+2^2-4\cdot 3}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

ii. $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 2$, $KA \perp \varepsilon$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $\lambda_{KA}\cdot\lambda_\varepsilon = -1 \Rightarrow \frac{-1+2}{2-1}\cdot\lambda_\varepsilon = -1 \Rightarrow \lambda_\varepsilon = -1$

$\varepsilon: y - y_A = \lambda_\varepsilon(x - x_A) \Rightarrow y = -x - 3$

iii. $(KK') = \sqrt{(5-2)^2 + (-3+1)^2} = \sqrt{13}$, $\rho + \rho' = \sqrt{2} + 1$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $(KK') > \rho + \rho'$

οπότε ο ένας εξωτερικός του άλλου.

2.

i. *στην* ε_1 *για* $x = 0$, $y = -\frac{3}{2}$ $A\left(0, \frac{-3}{2}\right)$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = d(A, \varepsilon_2) = \frac{\left|0\cdot 3 - \frac{3}{2}\cdot 4 + 16\right|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{10}{5} = 2$

ii. $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_\mu = -\frac{3}{4}$ *και στην* ε_2 *για* $x = 0$, $y = -4$ $\acute{\alpha}\rho\alpha$ $B(0,-4)$

και M *το μέσο του* AB *οπότε* $x_M = 0$, $y_M = \dfrac{-4 - \dfrac{3}{2}}{2} = -\dfrac{11}{4}$ $M\left(0, -\dfrac{11}{4}\right)$ *σημείο της μεσοπαράλληλης*

οπότε $\mu: y - y_M = \lambda_M(x - x_M) \Rightarrow y = -\dfrac{3}{4}x - \dfrac{11}{4}$

Θέμα Δ

1. $\lambda x - y - \lambda - 2 = 0$ $(κάνω\ πράξεις\ στην\ (1))$
   $Πρέπει\ \lambda \neq 0$ ή $-1 \neq 0$ $που\ ισχύει\ για\ κάθε\ \lambda \in \mathbb{R}$
2. $για\ \lambda = 0\,, y = -2$
   $\lambda = 1\,, x - y - 3 = 0\,, βάζω\ όπου\ y = -2\ \ άρα\ x + 2 - 3 = 0 \Rightarrow x = 1$
   $\Gamma(1,-2)$
   $επιβεβαιώνω\ την\ (1)\ για\ x = 1\ και\ \ y - 2$
3. $Πρέπει\ D \neq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \lambda & -1 \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow -\lambda^2 + 1 \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq \pm 1$
   $πρέπει\ B = 0\ άρα\ \lambda = 0\ για\ την\ (2)$
4. $K\ ανήκει\ στην\ \varepsilon\ άρα\ y_K = 2x_K - 1\ \ (3)$
   $και\ d(K,\zeta) = \rho \Rightarrow \dfrac{|x_K \cdot 1 + y_K \cdot 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 3\sqrt{2} \Rightarrow |x_K + y_K - 2| = 6\ \Rightarrow \begin{cases} x_K + y_K - 2 = -6\ \ (4) \\ x_K + y_K - 2 = 6\ \ (5) \end{cases}$
   $Σύστημα\ τις\ (3),(4)\ και\ (3),(5)\ \ \ άρα\ \ K(-1,-3)$ ή $K(3,5)\ και\ δεκτό\ το\ K(3,5)\ \ αφού$
   $ανήκει\ στο\ 1\ ο\ τεταρτημόριο\ (εκφώνηση)$

Τις απαντήσεις επιμελήθηκε ο καθηγητής:

Τσιρώνης Βαγγέλης