ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Μαθηματικά Α΄ Λυκείου

15 Απριλίου 2026

Εξεταζόμενη ύλη: Κεφάλαια 2, 3, 4, 5, 6

Θέμα Α

Α1. βλ. σημειώσεις

Α2. 1. Σ 2. Λ 3. Σ 4. Σ 5. Σ

Θέμα Β

Β1.

α) $x^2-5x+6=0$

$\Delta=(-5)^2-4\cdot 6=1$ άρα $x_{1,2}=\frac{5\pm 1}{2}=\begin{cases}3\\2\end{cases}$

Άρα, πρέπει $x\neq 2$ και $x\neq 3$, δηλαδή $A_f=\mathbb{R}-\{2,3\}$

β) πρέπει $4x+4\geq 0\Leftrightarrow x\geq -1$ και $x-2\geq 0\Leftrightarrow x\geq 2$, δηλαδή $A_f=[2,+\infty)$

γ) πρέπει $x+2>0\Leftrightarrow x>-2$, δηλαδή $A_f=(-2,+\infty)$

Β2.

$\alpha)$ $|4x+1|<2\Leftrightarrow -2<4x+1<2\Leftrightarrow -3<4x<1\Leftrightarrow -\frac{3}{4}<x<\frac{1}{4}$ άρα $x\in(-\frac{3}{4},\frac{1}{4})$

$\beta)$ $|1-2x|\geq 5\Leftrightarrow\begin{cases}1-2x\geq 5\Leftrightarrow -2x\geq 4\Leftrightarrow x\leq -2\\ \text{ή}\\ 1-2x\leq -5\Leftrightarrow -2x\leq -6\Leftrightarrow x\geq 3\end{cases}$ άρα $x\in(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$

$\gamma)$ $|x+1|>-1$ ισχύει πάντα άρα $x\in\mathbb{R}$

Β3.

α) $A=-2\Leftrightarrow|2x-3|-5=-2\Leftrightarrow|2x-3|=3\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3=5\Leftrightarrow 2x=8\Leftrightarrow x=4\\ \text{ή}\\ 2x-3=-5\Leftrightarrow 2x=-2\Leftrightarrow x=-1\end{cases}$

β) $A\geq 1\Leftrightarrow|2x-3|-5\geq 1\Leftrightarrow|2x-3|\geq 6\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3\geq 6\Leftrightarrow 2x\geq 9\Leftrightarrow x\geq\frac{9}{2}\\ \text{ή}\\ 2x-3\leq -6\Leftrightarrow 2x\leq -3\Leftrightarrow x\leq -\frac{3}{2}\end{cases}$

γ) $|A+5|+A+5\geq 1\Leftrightarrow\big||2x-3|-5+5\big|+|2x-3|-5+5\geq 1\Leftrightarrow|2x-3|+|2x-3|\geq 1\Leftrightarrow$

$$2|2x-3| \geq 1 \Leftrightarrow |2x-3| \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \geq \frac{7}{2} \Leftrightarrow x \geq \frac{7}{4} \\ \text{ή} \\ 2x-3 \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \leq -\frac{5}{2} \Leftrightarrow x \leq -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Θέμα Γ

Γ1.

α) ισχύει ότι $\alpha_{10} = \alpha_1 + 9\omega$ και $S_7 = \frac{7}{2}(2\alpha_1 + 6\omega)$ άρα

$$\begin{cases} \alpha_1 + 9\omega = 29 \\ 7\alpha_1 + 21\omega = 77 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7\alpha_1 - 63\omega = -203 \\ 7\alpha_1 + 21\omega = 77 \end{cases}$$

και με πρόσθεση κατά μέλη $-42\omega = -126 \Leftrightarrow \omega = 3$ άρα $\alpha_1 = 29 - 9\omega = 29 - 27 = 2$

β) $\alpha_{30} = \alpha_1 + 29\omega = 2 + 29 * 3 = 59$

γ) $\alpha_\nu = 134 \Leftrightarrow \alpha_1 + (\nu - 1)\omega = 134 \Leftrightarrow 2 + 3\nu - 3 = 134 \Leftrightarrow 3\nu = 135 \Leftrightarrow \nu = 45$

δ) $S_{15} = \frac{15}{2}(2\alpha_1 + 14\omega) = \frac{15}{2}(4 + 42) = \frac{15}{2} * 46 = 15 * 23 = 345$

Γ2.

$x^2 - 6x + 6 \geq -2 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 \geq 0$

βρίσκουμε τις ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 6x + 8 = 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 8 = 36 - 32 = 4$ άρα $x_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} 4 \\ 2 \end{cases}$

το τριώνυμο είναι ομόσημο του α, δηλαδή θετικό, εκτός των ριζών άρα $x \in (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$

Γ3.

α) το τετράπλευρο ΑΔΜΒ έχει $AB = \Delta M$ και $AB // \Delta M$ άρα είναι παραλληλόγραμμο

το τετράπλευρο ΑΓΜΕ έχει $A\Gamma = EM$ και $A\Gamma // EM$ άρα είναι παραλληλόγραμμο

β) ισχύει ότι $\Delta A = BM$, ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΔΜΒ

ισχύει ότι $AE = \Gamma M$, ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΓΜΕ

Επίσης, το σημείο Μ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ, επομένως $BM = \Gamma M \Leftrightarrow \Delta A = AE$

Θέμα Δ

Δ1.

α) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3(\lambda + 1)x + \lambda^2 + 4\lambda = 0$

$\Delta = 9(\lambda + 1)^2 - 4(\lambda^2 + 4\lambda) = 9\lambda^2 + 18\lambda + 9 - 4\lambda^2 - 16\lambda = 5\lambda^2 + 2\lambda + 9$

για να έχει δύο άνισες ρίζες αρκεί να δείξουμε ότι η διακρίνουσα, που μας βγήκε τριώνυμο, είναι πάντα θετική. Για τις ρίζες της διακρίνουσας:

$$\Delta_\lambda = 2^2 - 4 * 5 * 9 = 4 - 180 = -176 < 0$$

Άρα, το τριώνυμο είναι παντού ομόσημο του α, δηλαδή θετικό, δηλαδή $\Delta > 0$ για κάθε λ, που είναι αυτό που θέλαμε να δείξουμε

β) Αν οι ρίζες είναι αντίθετες έχουν άθροισμα 0, άρα $x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow S = 0 \Leftrightarrow -\frac{\beta}{\alpha} = 0$

$\Leftrightarrow 3(\lambda + 1) = 0 \Leftrightarrow \lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -1$

γ) για λ=1 η συνάρτηση γίνεται $f(x) = x^2 - 6x + 5$

i) για x=0 έχουμε ότι $f(0) = 5$ άρα τέμνει τον άξονα y'y στο σημείο $A(0{,}5)$

για το σημείο τομής με τον y'y λύνουμε την εξίσωση:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 5 = 16$ άρα $x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases}$

Άρα, τέμνει τον χ'χ στα σημεία $B(1{,}0)$ και $\Gamma(5{,}0)$

ii) αρκεί να λύσουμε την ανίσωση $x^2 - 6x + 5 > 0$

το τριώνυμο έχει ρίζες 1 και 5 και είναι ομόσημο του α, δηλαδή θετικό, εκτός των ριζών, άρα $x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$

Δ2.

α) είναι $\Delta AB = AB\Gamma$ ως εντός και εναλλάξ

το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισόπλευρο, επομένως $\Delta\hat{A}B = 60°$, άρα και $A\hat{B}\Gamma = 60°$

Άρα, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ότι $\hat{\Gamma} = 90° - 60° = 30°$

Β) το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισόπλευρο, άρα $AB = A\Delta = B\Delta = \frac{12}{3} = 4$

στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία $\hat{\Gamma} = 30°$, επομένως από σχετικό θεώρημα $AB = \frac{B\Gamma}{2}$, δηλαδή $B\Gamma = 2AB = 2 * 4 = 8$

γ) αν το ΑΔΒΚ του παρακάτω σχήματος είναι παραλληλόγραμμο τότε έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες, δηλαδή $BK = A\Delta$. Είναι $A\Delta = AB$ και $AB = \frac{B\Gamma}{2}$

Οπότε $BK = A\Delta = AB = \frac{B\Gamma}{2}$, δηλαδή το Κ είναι το μέσο της ΒΓ

Τις απαντήσεις επιμελήθηκε ο καθηγητής:

Τζιώρτζης Αλέξανδρος