Απαντήσεις: Άλγεβρα Β' Λυκείου
17 Απριλίου 2026
Εξεταζόμενη ύλη: Συναρτήσεις-Τριγωνομετρία-Πολυώνυμα-Εκθετικές συναρτήσεις-Λογάριθμοι

Θέμα Α

1.
- **i.** Ορισμός σελ 31 σχολικού
- **ii.** Ορισμός σελ 33 σχολικού

2. Απόδειξη σελ 134 σχολικού

3.
- **i.** **Σ**
- **ii.** **Λ**
- **iii.** **Σ**
- **iv.** **Σ**
- **v.** **Λ**

Θέμα Β

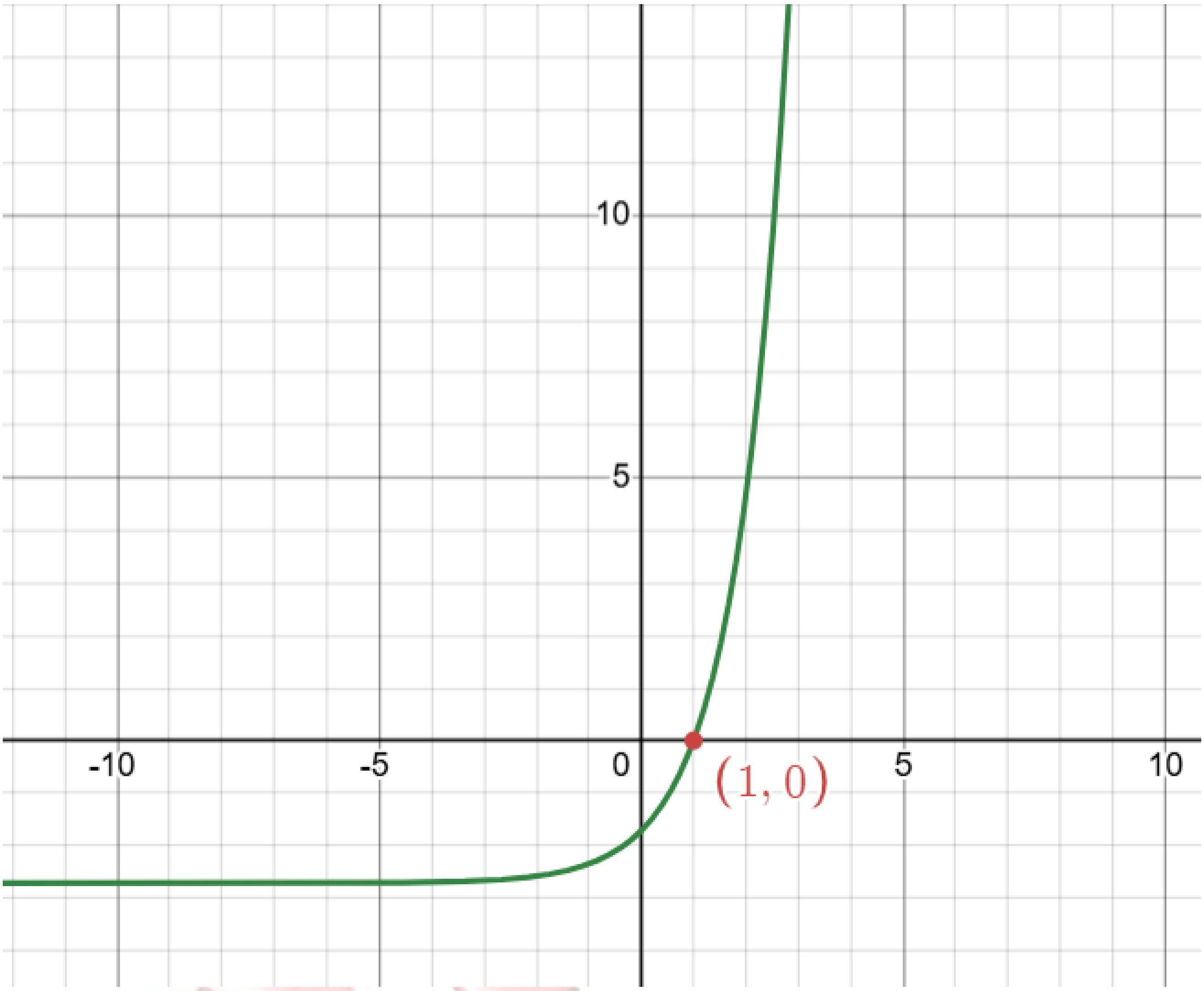
1.

i. $D_f = \mathbb{R} - \{0,1\}$,αφού πρέπει $x^2 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \; και \; x \neq 1$.

ii. $f(x) = \frac{x^2(x-1)+x-1}{x(x-1)} = \frac{(x-1)(x^2+1)}{x(x-1)} = \frac{x^2+1}{x}, οπότε \; f(-x) = \frac{(-x)^2+1}{-x} = -\frac{x^2+1}{x} = -f(x)$
$ΑΛΛΑ -1 \; ανήκει \; D_f \; και \; 1 \; δεν \; ανήκει \; D_f \; οπότε \; ούτε \; άρτια \; ούτε \; περιττή.$

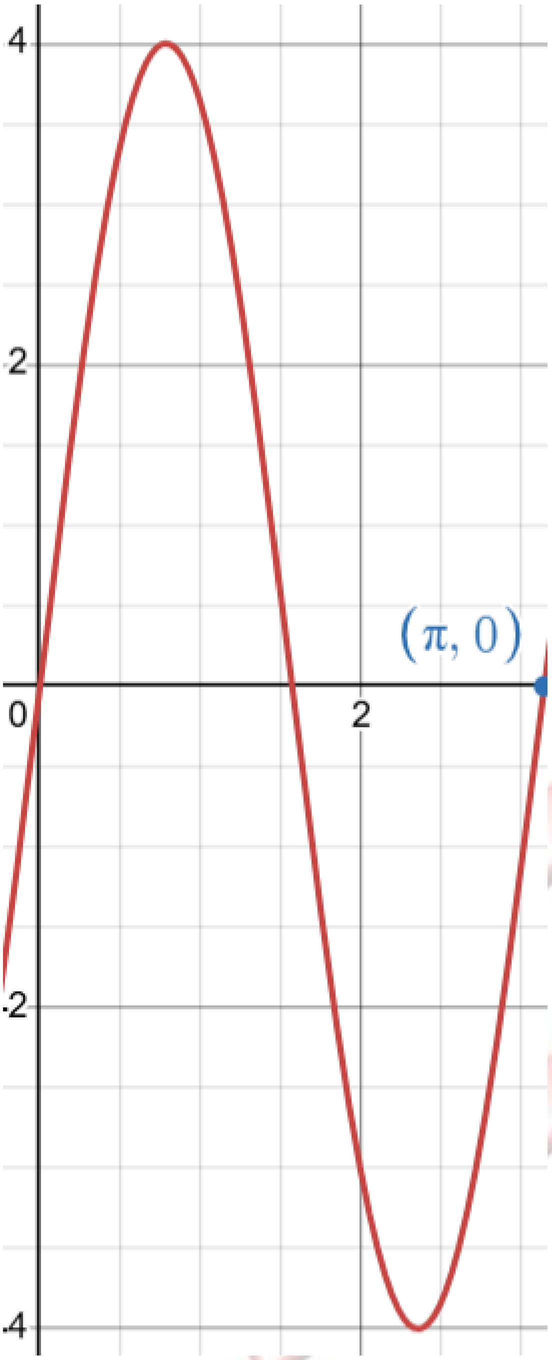
iii. $A = \frac{\ln^2 2+1}{ln2} + \frac{(ln1-ln2)^2+1}{ln1-ln2} = \frac{\ln^2 2+1}{ln2} - \frac{\ln^2 2+1}{ln2} = 0$

2. $D_g = \mathbb{R} \; και \; g(x) \; γνησίως \; αύξουσα \; αφού \; g(x) \; εκθετική \; με \; βάση \; e > 1.$
Για σημεία τομής με x'x $g(x) = 0 \Rightarrow e^x = e \Rightarrow x = 1$ άρα Α(1,0).
Για σημεία τομής με y'y $g(0) = y \Rightarrow e^0 - e = y \Rightarrow y = 1 - e$ άρα Β(0,1-e) .
C_g όπως e^x μετατοπισμένη κατά e μονάδες προς τα κάτω.
$\ln 2e - ln2^{-1} = \ln 2e + ln2 = ln4e \; άρα \; g(ln4e) = e^{ln4e} - e = 4e - e = 3e$.



Θέμα Γ

1. $B=\frac{\sigma\upsilon\nu x\cdot\eta\mu(-x)}{\eta\mu(\pi+x)\cdot(-\sigma\upsilon\nu x)}=-\frac{-\eta\mu x}{-\eta\mu x}=-1.$
2. $f(x)=4\eta\mu 2x$ άρα μέγιστη τιμή $|\rho|=4,$ ελάχιστη τιμή $-|\rho|=-4,$ περίοδος $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{2}=\pi.$



3. $(-1+\sigma\upsilon\nu x)(4\eta\mu 2x+2\sqrt{3})=0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu x=1$ ή $\eta\mu 2x=-\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x=2\kappa\pi$ ή $\begin{cases} 2x=2\kappa\pi-\frac{\pi}{3} \\ 2x=2\kappa\pi+\frac{4\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} x=\kappa\pi-\frac{\pi}{6} \\ x=\kappa\pi+\frac{4\pi}{6} \end{cases}$ για $\kappa \in \mathbb{Z}$.

Θέμα Δ

1. $P(-1)=0 \Rightarrow -1+\alpha+\beta+1=0 \Rightarrow \alpha+\beta=0$
   $P(1)=6 \Rightarrow 1+\alpha-\beta+1=6 \Rightarrow \alpha-\beta=4$
   $\alpha=2 \quad \beta=-2$
2. $P(x)>0 \Rightarrow x^3+2x^2+2x+1>0$
   $Horner\ για\ x=-1$

1	2	2	1	ρ=-1
	-1	-1	-1	
1	1	1	0	

Άρα $(x+1)(x^2+x+1)>0$

x	-∞	-1 +∞
$x+1$	-	+
x^2+x+1	+	+
P(x)	-	+

$x \in (-1,+\infty)$.

3. Για $x \neq -1{,}0\ έχουμε\ \ g(x)<h(x) \Rightarrow 2^{\frac{P(x)}{x+1}} < 2^{-\frac{x^2-2}{-x}} \Rightarrow \frac{(x+1)(x^2+x+1)}{x+1} < \frac{x^2-2}{x} \Rightarrow$
   $x^2+x+1<\frac{x^2-2}{x} \Rightarrow$
   $x^2+x+1-\frac{x^2-2}{x}<0 \Rightarrow \frac{(x^2+x+1)x-x^2+2}{x}<0 \Rightarrow \frac{x^3+x^2+x-x^2+2}{x}<0 \Rightarrow \frac{x^3+x+2}{x}<0$
   $για\ Q(x)=x^3+x+2\ έχουμε\ \ Q(-1)=0\ άρα\ με\ Horner\ για\ \rho=-1$
   $έχουμε\ Q(x)=(x+1)(x^2-x+2)$

x	$-\infty$ -1	0	$+\infty$
$x+1$	-	+	+
x^2-x+2	+	+	+
x	-	-	+
Γ	-	-	+

$x \in (-\infty,-1) \cup (-1{,}0)$ (ανοιχτό λόγω περιορισμού).

4. $Για\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \ \Rightarrow x \in \mathbb{R}\ αφόν\ \Delta < 0\ και\ \alpha = 2 > 0\ και\ 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow$
$x \geq -\dfrac{1}{2}\ έχουμε\ \ \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2x + 1 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow 2x^2 + 2x = 0 \Rightarrow$
$x = 0\ \ δεκτή\ ή\ \ x = -1\ \ απορρίπτεται$.

Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Τσιρώνης Βαγγέλης