

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:**

**Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου**

**29 Μαρτίου 2026**

**Εξεταζόμενη ύλη: Κεφάλαια 1, 2, 3, Β1**

**Θέμα Α**

**A1.** Σχολικό βιβλίο σελ. 188-189

**A2.** 1) Σ      2) Λ      3) Λ      4) Λ      5) Σ

**Θέμα Β**

**B1.**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 5x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ -10x - 2y = -16 \end{cases} \text{ και με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε}$$

$$-7x = -14 \Leftrightarrow x = 2 \text{ οπότε } 2y = 2 - 3x \Leftrightarrow 2y = 2 - 6 \Leftrightarrow 2y = -4 \Leftrightarrow y = -2$$

**B2.**

α)  $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

β)  $(2x^2 - 3y)^3 = (2x^2)^3 - 3(2x^2)^2 3y + 3(2x^2)(3y)^2 - (3y)^3 = 8x^6 - 36x^4y + 54x^2y^2 - 27y^3$

γ)  $(-xy^2 + \omega)(-xy^2 - \omega) = (-xy^2)^2 - \omega^2 = x^2y^4 - \omega^2$

**B3.**

Ισχύει ότι  $\frac{x+2}{x+4} = \frac{x-1}{x} \Leftrightarrow x(x+2) = (x+4)(x-1) \Leftrightarrow x^2 + 2x = x^2 + 4x - x - 4 \Leftrightarrow 2x - 4x + x = -4 \Leftrightarrow -x = -4 \Leftrightarrow x = 4$

**Θέμα Γ**

**Γ1.**

α)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1 \text{ άρα } x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

Άρα,  $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

β)  $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 12 = 49 - 48 = 1 \text{ άρα } x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} 4 \\ 3 \end{cases}$$

Άρα,  $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3)$

γ)  $2x^2 - 6x + 4 = 0$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 36 - 32 = 4 \text{ άρα } x_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{4} = \begin{cases} \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

Άρα,  $2x^2 - 6x + 4 = 2(x - 1)(x - 2) = (2x - 2)(x - 2)$

### Γ2.

Επειδή διέρχεται από τα σημεία  $A(2,5)$  και  $B(3,9)$ , σχηματίζεται το σύστημα

$$\begin{cases} 5 = 2\alpha + \beta \\ 9 = 3\alpha + \beta \end{cases} \text{ και αφαιρώντας κατά μέλη έχουμε ότι}$$

$$-4 = -\alpha \Leftrightarrow \alpha = 4 \text{ οπότε } \beta = 5 - 2\alpha = 5 - 2 \cdot 4 = 5 - 8 = -3$$

### Γ3.

Έστω  $x$  τα αυτοκίνητα και  $y$  οι μηχανές. Άρα,

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ 4x + 2y = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -280 \\ 4x + 2y = 400 \end{cases} \text{ και προσθέτοντας κατά μέλη } 2x = 120 \Leftrightarrow x = 60 \text{ αυτοκίνητα}$$

και άρα  $140 - 60 = 80$  μηχανές

## Θέμα Δ

### Δ1.

$$\begin{cases} \frac{3x - y}{3} - \frac{2y - 1}{5} = 3 \\ \frac{5x - 3y}{4} - 3 = \frac{y - 1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 \frac{3x - y}{3} - 15 \frac{2y - 1}{5} = 15 \cdot 3 \\ 4 \cdot \frac{5x - 3y}{4} - 4 \cdot 3 = 4 \cdot \frac{y - 1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(3x - y) - 3(2y - 1) = 45 \\ 5x - 3y - 12 = 2(y - 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x - 5y - 6y + 3 = 45 \\ 5x - 3y - 12 = 2y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x - 11y = 42 \\ 5x - 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x - 11y = 42 \\ -15x + 15y = -30 \end{cases}$$

και προσθέτοντας κατά μέλη  $4y = 12 \Leftrightarrow y = 3$

και άρα  $5x = 10 + 5y \Leftrightarrow 5x = 10 + 15 \Leftrightarrow 5x = 25 \Leftrightarrow x = 5$

### Δ2.

$$A = \frac{x^2 - 2}{x + 2} - \frac{2x - x^2}{x^2 - 4} = \frac{(x^2 - 2)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)} - \frac{2x - x^2}{x^2 - 4} = \frac{(x^2 - 2)(x - 2) + x(x - 2)}{x^2 - 4} = \frac{(x - 2)(x^2 + x - 2)}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$= \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} = \frac{(x + 2)(x - 1)}{x + 2} = x - 1$$

$$B = (2y - 3)^2 - (4y - 5)(y - 2) - (2 - y) = 4y^2 - 12y + 9 - 4y^2 + 8y + 5y - 10 - 2 + y = 2y - 3$$

$$\begin{cases} A + B = 7 \\ 2A - 3B = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 + 2y - 3 = 7 \\ 2x - 2 - 6y + 9 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - 6y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = -22 \\ 2x - 6y = -8 \end{cases}$$

Και προσθέτοντας κατά μέλη  $-10y = -30 \Leftrightarrow y = 3$  και άρα  $x = 11 - 2y = 11 - 6 = 5$

### Δ3.

α) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΑΔΓ

- $AB = AG$  γιατί  $ABΓ$  ισοσκελές
- $AD = AE$  από υπόθεση
- $A$  κοινή

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα από Π-Γ-Π και άρα θα ισχύει ότι  $\begin{cases} \hat{A}BE = \hat{A}ΓΔ \\ \Delta = E \\ BE = ΓΔ \end{cases}$

β) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΔΒΜ και ΕΓΜ

- $\angle BDM = \angle GEM$  ως παραπληρωματικές των ίσων γωνιών  $\Delta$  και  $E$
- $ABE = AΓΔ$  από α) ερώτημα
- $AD = EG$  ως ίσα υπόλοιπα των ίσων πλευρών  $AB$  και  $AG$  αφού  $AD = AE$

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα από Γ-Π-Γ

**Τις απαντήσεις επιμελήθηκε ο καθηγητής:**

**Τζιώρτζης Αλέξανδρος**