

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Μαθηματικά Α' Λυκείου

1 Φεβρουαρίου 2026

Εξεταζόμενη ύλη: Κεφάλαια 2, 3

Θέμα Α

A1. Σχολ. βιβλίο σελ. 90

A2. 1. Σ 2. Λ 3. Λ 4. Σ 5. Σ

Θέμα Β

B1.

α) πρέπει $x \neq 0$ και $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$

$$\beta) A = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3} + \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3} + \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \frac{|x-3|}{x-3} + \frac{|x|}{x} = \frac{-(x-3)}{x-3} + \frac{x}{x} = -1 + 1 = 0$$

γιατί $0 < x < 3 \Leftrightarrow -3 < x - 3 < 0$ άρα $|x - 3| = -(x - 3)$ και $|x| = x$

B2.

$$\frac{x - 10}{x^2 - 4} + \frac{x}{x - 2} = \frac{2}{x + 2} \Leftrightarrow \frac{x - 10}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{x}{x - 2} = \frac{2}{x + 2} \quad \text{πρέπει } x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2 \text{ και } x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) \frac{x - 10}{(x - 2)(x + 2)} + (x - 2)(x + 2) \frac{x}{x - 2} = (x - 2)(x + 2) \frac{2}{x + 2}$$

$$\Leftrightarrow x - 10 + x^2 + 2x = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4(-6) = 25 \text{ άρα } X_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ -\frac{6}{2} = -3 \end{cases} \text{ και η λύση } x=2 \text{ απορρίπτεται}$$

B3.

α) θέτω $\omega = x^2$ άρα η εξίσωση γίνεται $\omega^2 - 5\omega + 6 = 0$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 6 = 1 \text{ άρα } \omega_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

Άρα, $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ ή $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

β) θέτω $\omega = |x|$ άρα η εξίσωση γίνεται $7\omega = \omega^2 + 10 \Leftrightarrow \omega^2 - 7\omega + 10 = 0$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 10 = 49 - 40 = 9 \text{ άρα } \omega_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases}$$

Άρα, $|x| = 5 \Leftrightarrow x = \pm 5$ ή $|x| = 2 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$$\gamma) |x^2 + 3x - 5| = |2x^2 - 4x + 5| \text{ άρα } x^2 + 3x - 5 = 2x^2 - 4x + 5 \text{ ή } x^2 + 3x - 5 = -(2x^2 - 4x + 5)$$

$$\text{για την 1}^\text{η} \text{ εξίσωση: } x^2 + 3x - 5 = 2x^2 - 4x + 5 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \text{ που την λύσαμε στο Β3β.}$$

$$\text{για την 2}^\text{η} \text{ εξίσωση: } x^2 + 3x - 5 = -(2x^2 - 4x + 5) \Leftrightarrow x^2 + 3x - 5 = -2x^2 + 4x - 5$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(3x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Θέμα Γ

α)

Συγκρίνω τα τρίγωνα ΜΒΔ και ΑΜΓ:

$$\left. \begin{array}{l} BM = MG \text{ γιατί } M \text{ μέσο} \\ MD = AM \text{ από υπόθεση} \\ \widehat{BMD} = \widehat{AMG} \text{ ως κατακορυφήν γωνίες} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{πγπ} \\ \Rightarrow \text{MBD} = \text{AMG} \end{array} \text{ άρα } \begin{cases} \mathbf{BD} = \mathbf{AG} \\ \mathbf{MBD} = \mathbf{MGA} \\ \mathbf{MDB} = \mathbf{MAG} \end{cases}$$

β)

Συγκρίνω τα τρίγωνα ΜΔΓ και ΑΒΜ:

$$\left. \begin{array}{l} BM = MG \text{ γιατί } M \text{ μέσο} \\ MD = AM \text{ από υπόθεση} \\ \widehat{MDG} = \widehat{BMA} \text{ ως κατακορυφήν γωνίες} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{πγπ} \\ \Rightarrow \text{MDG} = \text{ABM} \end{array} \text{ άρα } \begin{cases} \mathbf{MDG} = \mathbf{MAB} \\ \mathbf{MGD} = \mathbf{MBA} \\ \mathbf{AB} = \mathbf{GD} \end{cases}$$

β)

Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΓΔ:

$$\left. \begin{array}{l} BD = AG \text{ από το } \alpha) \\ AB = GD \text{ από το } \beta) \\ BG \text{ κοινή πλευρά} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{πππ} \\ \Rightarrow \text{ABG} = \text{BGD} \end{array} \text{ άρα } \hat{D} = \hat{A} = 90^\circ \text{ δηλαδή η } BD \text{ είναι κάθετη στην } \Delta\Gamma$$

Θέμα Δ

Δ1.

$$\alpha) \Delta = (-2\lambda)^2 - 4(\lambda^2 - \lambda + 2) = 4\lambda^2 - 4\lambda^2 + 4\lambda - 8 = 4\lambda - 8$$

$$\beta) \text{ για να έχει δύο άνισες ρίζες πρέπει } \Delta > 0 \Leftrightarrow 4\lambda - 8 > 0 \Leftrightarrow 4\lambda > 8 \Leftrightarrow \lambda > 2$$

Δ2.

$$\Delta = (-\lambda)^2 - 4(\lambda - 1) = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \geq 0 \text{ άρα αφού } \Delta \geq 0 \text{ η εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες}$$

Τις απαντήσεις επιμελήθηκε ο καθηγητής:

Τζιώρτζης Αλέξανδρος