

**Άλγεβρα Β' Λυκείου**  
**5 Ιανουαρίου 2026**  
**Εξεταζόμενη ύλη: Συναρτήσεις-Τριγωνομετρία**

**Θέμα Α**

1. Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$  λέγεται περιττή;  
(μονάδες 7)
2. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  για κάθε γωνία  $\omega$  με τους αντίστοιχους τριγωνομετρικούς αριθμούς.  
(μονάδες 8)
3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).
  - i. Μία συνάρτηση  $f$ , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ , λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο το  $\kappa$ , όταν :  $f(x) \leq \kappa$ , για κάθε  $x \in A$ .
  - ii. Μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  και ελάχιστο το 2 τέμνει τον άξονα  $x'$  σε ένα ή περισσότερα σημεία.
  - iii. Η εξίσωση  $\eta\mu x = \alpha$ , με  $\alpha > 1$  είναι αδύνατη.
  - iv. Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ .
  - v. Η συνάρτηση  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$  παρουσιάζει μέγιστο, μόνο για  $x = 0$  το 1.(μονάδες 10)

**Θέμα Β**

1. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
  - i.  $A = 3\sigma\upsilon\nu^2(\pi - x) + \varepsilon\varphi(\pi + x) \cdot \sigma\varphi(\pi - x) + 3\eta\mu^2(-x)$
  - ii.  $B = \frac{\varepsilon\varphi(\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\eta\mu(\pi - x) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$(μονάδες 10)
2. Να λύσετε τις παρακάτω τριγωνομετρικές εξισώσεις :
  - i.  $\eta\mu x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
  - ii.  $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
  - iii.  $\varepsilon\varphi(3x) - 1 = 0$(μονάδες 15)

### Θέμα Γ

1. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές.

i.  $f(x) = \frac{x^3}{|x^2-1|}$

ii.  $g(x) = 2\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu^2 x$

(μονάδες 10)

2. Αν η  $f$  του ερωτήματος 1. είναι γνησίως μονότονη στο  $(1, +\infty)$  να δείξετε ότι διέρχεται από τα σημεία  $A\left(2, \frac{8}{3}\right)$  και  $B\left(4, \frac{64}{15}\right)$  και να βρείτε την μονοτονία της σε αυτό το διάστημα.

(μονάδες 9)

3. Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $k(x) = 3 + \sqrt{x^2 + 4x + 4}$  έχει ελάχιστο και να το βρείτε.

(μονάδες 6)

### Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu(\pi - 2x) - \eta\mu(\pi + 2x) - \sigma\upsilon\nu^2 2x - \eta\mu^2 2x$ .

1. Να δείξετε ότι  $f(x) = 2\eta\mu 2x - 1$ .

(μονάδες 6)

2. Να βρείτε την περίοδο, την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(μονάδες 6)

3. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της  $f$  στο διάστημα  $[0, \pi]$

x					
2x					
$\eta\mu 2x$					
$2\eta\mu 2x$					
$2\eta\mu 2x - 1$					

4. Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 1$  στο  $[-\pi, \pi]$ .

(μονάδες 8)

(μονάδες 5)

**Καλή επιτυχία!**

**Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:**

**Τσιρώνης Βαγγέλης**