

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2 Νοεμβρίου 2025

Εξεταζόμενη ύλη: Κεφάλαιο 1 παράγραφοι 1.1-1.5

Θέμα Α

A1. Να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον ορισμό της ταυτότητας.

(μονάδες 8)

A2. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$.

(μονάδες 7)

A3. Στις προτάσεις 1-5 να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα (Σ) για σωστό και (Λ) για λάθος:

1. Το σταθερό μονώνυμο έχει βαθμό 0
2. Ισχύει ότι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$
3. Δεν ορίζεται βαθμός για το μηδενικό πολυώνυμο
4. Η παράσταση $2xz^4 - 2z^4x$ είναι μονώνυμο μηδενικού βαθμού
5. Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 7$ έχει βαθμό 6

(μονάδες 10)

Θέμα Β

B1. Για καθεμία από τις ακόλουθες παραστάσεις, να γράψετε αν είναι μονώνυμο, πολυώνυμο ή τίποτα από τα δύο. Σε περίπτωση που είναι μονώνυμο ή πολυώνυμο, να σημειώσετε και τον βαθμό του.

- α) $5x^3y^2z^{-2}$ β) $12x^2y^3 - 4x^3y^4 + z^5$ γ) $x^2y + 4x^2y - 2x^2y$ δ) 7

(μονάδες 8)

B2. Να γίνουν οι ακόλουθες πράξεις.

- α) $-3x(x^3y - 4x)$
β) $2y^2(1 - x) - (x^2y - 2xy^2)$
γ) $(4x - y)(2x^2z - xy^3 + 1)$

(μονάδες 9)

B3. Να αναπτύξετε τις ταυτότητες:

- α) $(2x + 3y)^2$ β) $(z^2 - 2x^3)^2$ γ) $(x^2 - xy)^2$

(μονάδες 8)

Θέμα Γ

Γ1. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = 3x^2 + 2x$ και $Q(x) = 1 - x^3$.

α) Να βρείτε το πολυώνυμο $A(x) = P(x) + Q(x)$ και στην συνέχεια να βρείτε την τιμή $A(2)$.

β) Να βρείτε το πολυώνυμο $B(x) = P(x) \cdot Q(x)$ και στην συνέχεια να βρείτε την τιμή $B(-1)$.

(μονάδες 8)

Γ2. Να αναπτύξετε τις ακόλουθες ταυτότητες.

α) $(x + 2)^3$ β) $(1 - x)^3$ γ) $(2\alpha - 5\beta)^3$

(μονάδες 9)

Γ3. Να προσδιορίσετε τα α, β, γ ώστε τα ακόλουθα πολυώνυμα να είναι ίσα.

$$P(x) = \alpha x^2 + 4x + 2\gamma \text{ και } Q(x) = 3x^2 + (\beta + 1)x + 10$$

(μονάδες 8)

Θέμα Δ

Δ1. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = 4x^2 + 2x - 1$ και $Q(x) = 2x - 1$.

α) Να υπολογίσετε την παράσταση $P(0) + Q(0)$

β) Να βρείτε το πολυώνυμο $A(x) = P(x) \cdot Q(x)$

γ) Να βρείτε το πολυώνυμο $Q(P(x))$

(μονάδες 10)

Δ2. Να αποδειχτεί η ταυτότητα: $4a(a - 1) - (2a - 1)^2 = -1$.

(μονάδες 8)

Δ3. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = (x^2 - 1)^3 - x^2(x^2 + 1)^2 - x^2(2 - 5x^2)$ είναι σταθερό.

(μονάδες 7)

+ **Bonus:** (6 μονάδες)

Να δείξετε ότι ο αριθμός $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ είναι ακέραιος.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Τα θέματα επιμελήθηκε ο καθηγητής:
Τζιώρτζης Αλέξανδρος