Απαντήσεις: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΛ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία 17 Ιουνίου 2021

ΘΕΜΑ Α

Α1.

Σχολικό βιβλίο σελ. 65

Α2.

Σχολικό βιβλίο σελ. 28

Α3.

Λ – Σ – Λ

Α4.

α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$, $x \neq 0$

β. $\left(x^\nu\right)' = \nu \cdot x^{\nu-1}$, $\nu \in \mathbb{N}$

γ. $\left(c \cdot f(x)\right)' = c \cdot f'(x)$, $c \in \mathbb{R}$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Η γραφική παράσταση της f τέμνει τον x΄x σε σημείο με τετμημένη 1 , οπότε

$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - \alpha \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow 3 - \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 3$

Άρα ο τύπος της f γίνεται : $f(x) = x^2 - 3x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

Β2.

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1} \Leftrightarrow g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ η οποία ορίζεται για $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq -1$ και $x \neq 1$.

Το πεδίο ορισμού της g λοιπόν, είναι $D_g = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$.

Β3.

$$\lim_{x\to 1} g(x) = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

Β4.

Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, με $f'(x) = 2x-3$, $x \in \mathbb{R}$

Έστω $(\varepsilon): y = \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο $M(0, f(0))$, δηλαδή στο $M(0,2)$. Ο συντελεστής διεύθυνσης της (ε) είναι $\lambda = f'(0) = 2\cdot 0 - 3 = -3$ και η εφαπτομένη (ε) επαληθεύεται από τις συντεταγμένες του σημείου Μ.

Επομένως $y = \lambda x + \beta \overset{\lambda = f'(0) = -3}{\Rightarrow} y = -3x + \beta \overset{y = f(0) = 2}{\underset{x=0}{\Rightarrow}} f(0) = f'(0)\cdot 0 + \beta \Leftrightarrow 2 = 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2$.

Τελικά $(\varepsilon): y = -3x + 2$ είναι η εξίσωση της ζητούμενης εφαπτομένης.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας	x_i	v_i	f_i	a_i
$[4,8)$	6	5	0,1	$36°$
$[8,12)$	10	15	0,3	$108°$
$[12,16)$	14	10	0,2	$72°$
$[16,20)$	18	20	0,4	$144°$
Σύνολο	-	50	1	$360°$

Συμπληρώνουμε τον πίνακα με τη βοήθεια του τύπου $a_i = f_i \cdot 360°$ και του ιστογράμματος σχετικών συχνοτήτων

Γ2. $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45$ εκπαιδευτικοί έχουν συμπληρώσει τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας

Γ3. $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\%$ των εκπαιδευτικών έχουν συμπληρώσει υπηρεσία λιγότερη από 16 έτη.

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

ΘΕΜΑ Δ.

Δ1. Αφού η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 80m τότε $2x + 2y = 80 \Leftrightarrow x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - x$. Επομένως το εμβαδόν του ορθογωνίου θα δίνεται από τη συνάρτηση $E(x) = xy = x(40 - x) = 40x - x^2, x \in (0,40)$ γιατί πρέπει $x, y > 0$

Δ2. $E'(x) = (40x - x^2)' = 40 - 2x$

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow 40 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 20$

x	0		20		40
$E'(x)$		+	0	−	
$E(x)$		↗		↘	

Αρα η Ε είναι γνησίως αύξουσα στο (0, 20] και γνησίως φθίνουσα στο [20,40)

Δ3. Και γίνεται μέγιστο για x=20 με μέγιστη τιμή εμβαδού $E(20) = 20 \cdot 20 = 400m^2$

Δ4. Επειδή $x_A, x_B \in (20,40)$και Ε γνησίως αύξουσα στο $(20,40)$τότε

$x_A < x_B \Leftrightarrow E(x_A) > E(x_B)$. Άρα το πρώτο εμβαδόν είναι το μεγαλύτερο

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ:

Γιαννουσόπουλος Δημήτρης
Γκουρτζούνης Ανδρέας