ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
1^o -2^o ΚΕΦΑΛΑΙΟ
3/1/2013

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα 1^o

Α) σχολ.βιβλίο σελ.46
Β) σχολ.βιβλίο σελ.38-39
Γ) 1->c , 2->a , 3->b

Θέμα 2^o

Α) $\alpha<\frac{2\alpha+3\beta}{5} \Leftrightarrow 5\alpha<2\alpha+3\beta \Leftrightarrow 3\alpha<3\beta \Leftrightarrow \alpha<\beta$ ισχύει

και $\frac{2\alpha+3\beta}{5}<\beta \Leftrightarrow 2\alpha+3\beta<5\beta \Leftrightarrow 2\alpha<2\beta \Leftrightarrow \alpha<\beta$ ισχύει

Β) i)
$$\begin{array}{l} 2<x<3 \\ \underline{1<y<2 \quad (+)} \\ \mathbf{3<x+y<5} \end{array}$$

ii)
$$\begin{array}{l} 2<x<3 \Leftrightarrow 2\cdot2<2x<2\cdot3 \Leftrightarrow 4<2x<6 \\ 1<y<2 \Leftrightarrow -1>-y>-2 \Leftrightarrow \underline{-2<-y<-1 \quad (+)} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \mathbf{2<2x-y<5} \end{array}$$

iii)
$$2<x<3 \Leftrightarrow 2\cdot(-5)>-5x>(-5)\cdot3 \Leftrightarrow -10>-5x>-15 \Leftrightarrow -15<-5x<-10$$
$$1<y<2 \Leftrightarrow 1\cdot3<3y<2\cdot3 \Leftrightarrow 3<3y<6 \Leftrightarrow 3+1<3y+1<6+1 \Leftrightarrow \underline{4<3y+1<7 \quad (+)}$$
$$\mathbf{-11<-5x+3y+1<-3}$$

Θέμα 3^o

Α) $A=\frac{5}{1-\sqrt{3}}$ και $B=\frac{5}{1+\sqrt{3}}$

$$A+B=\frac{5}{1-\sqrt{3}}+\frac{5}{1+\sqrt{3}}=\frac{5(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}+\frac{5(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}=\frac{5+5\sqrt{3}+5-5\sqrt{3}}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}=\frac{10}{1-3}=-5$$

$$A\cdot B=\frac{5}{1-\sqrt{3}}\cdot\frac{5}{1+\sqrt{3}}=\frac{25}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}=\frac{25}{1-3}=-\frac{25}{2}$$

Β) $\frac{11\sqrt{8}-3\sqrt{50}+9\sqrt{98}}{5\sqrt{2}-3\sqrt{8}+9\sqrt{32}}=\frac{11\sqrt{2\cdot4}-3\sqrt{2\cdot25}+9\sqrt{2\cdot49}}{5\sqrt{2}-3\sqrt{2\cdot4}+9\sqrt{2\cdot16}}=\frac{11\sqrt{2}\sqrt{4}-3\sqrt{2}\sqrt{25}+9\sqrt{2}\sqrt{49}}{5\sqrt{2}-3\sqrt{2}\sqrt{4}+9\sqrt{2}\sqrt{16}}=$

$=\frac{11\cdot2\sqrt{2}-3\cdot5\sqrt{2}+9\cdot7\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-3\cdot2\sqrt{2}+9\cdot4\sqrt{2}}=\frac{22\sqrt{2}-15\sqrt{2}+63\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-6\sqrt{2}+36\sqrt{2}}=\frac{70\sqrt{2}}{35\sqrt{2}}=2$

Γ) Δ= $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{7})^2}-\sqrt{(\pi-3)^2}-\sqrt{(1+\pi)^2}=|\sqrt{2}-\sqrt{7}|-|\pi-3|-|1+\pi|$

Ισχύουν: $\sqrt{2}<\sqrt{7}$ άρα $|\sqrt{2}-\sqrt{7}|=-(\sqrt{2}-\sqrt{7})=-\sqrt{2}+\sqrt{7}$

$\pi>3$ άρα $|\pi-3|=-(\pi-3)=3-\pi$

$\pi>0$ άρα $|1+\pi|=1+\pi$

Τελικά Δ= $-\sqrt{2}+\sqrt{7}-(3-\pi)-(1+\pi)=-4-\sqrt{2}+\sqrt{7}$

Θέμα 4ο

Α) Η= $|x-3|+|2-x|-|2x+4|$

- $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$
- $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$
- $2x+4=0 \Leftrightarrow x=-2$

Χ	-∞		-2		2		3		+∞
x-3		-		-		-	0	+	
2-x		+		+	0	-		-	
2x+4		-	0	+		+		+	

Στο $(-\infty,-2)$, Η=$-(x-3)+(2-x)-[-(2x+4)]=-x+3+2-x+2x+4=9$
Στο $[-2,2]$, Η=$-(x-3)+(2-x)-(2x+4)=-x+3+2-x-2x-4=-4x+1$
Στο $(2,3]$, Η=$-(x-3)-(2-x)-(2x+4)=-x+3-2+x-2x-4=-2x-3$
Στο $(3,+\infty)$, Η=$(x-3)-(2-x)-(2x+4)=x-3-2+x-2x-4=-9$

Άρα Η= $\begin{cases} 9 & , (-\infty,-2) \\ -4x+1 & , [-2,2] \\ -2x-3 & , (2,3] \\ -9 & , (3,+\infty) \end{cases}$

Β) $P(A)=1/2$ $P(B')=3/5$ και $P(AUB)=4/5$.

i) $P(B)=1-P(B')=1-3/5=2/5$

ii) Προσθ.νόμος. $P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Leftrightarrow$
$P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{2}{5}-\frac{4}{5}=\frac{5}{10}+\frac{4}{10}-\frac{8}{10}=\frac{1}{10}$

iii) $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=\frac{4}{10}$

iv) $P(A'\cap B')=P(AUB)'=1-P(AUB)=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

v) $P[(A-B)U(B-A)]=P(A-B)+P(B-A)$ (ξένα ενδεχόμενα)
$=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}-\frac{1}{10}+\frac{2}{5}-\frac{1}{10}=\frac{7}{10}$

Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι καθηγητές:
Λυζάρδου Κατερίνα
Παπαθανασίου Νίκος