Φροντιστήρια ΣΥΣΤΗΜΑ

ΚΕΝΤΡΟ	Αγίας Σοφίας 39	2310.244.444
ΝΤΕΠΩ	Β. Όλγας 168	2310.428.400
ΕΥΟΣΜΟΣ	Μ.Αλεξάνδρου 45	2310.770.360

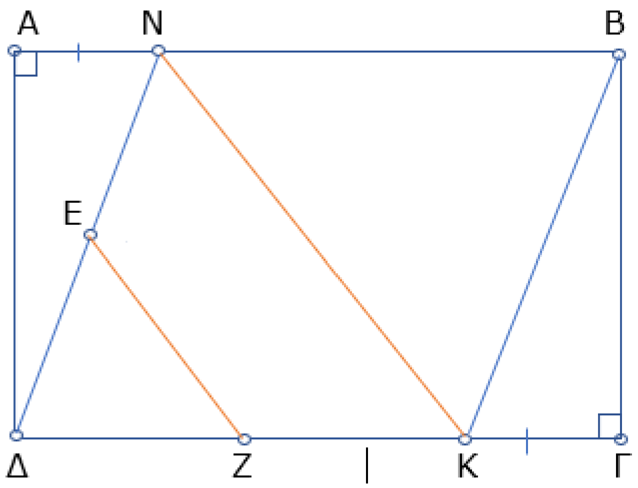
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
22-04-2018
ΎΛΗ: ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο -4ο -5ο

Θέμα Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ.110
Α2. Ρόμβος είναι το παραλληλόγραμμο που έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες.
Α3. i.Λ ii. Λ iii. Λ iv. Σ v. Σ

Θέμα Β

Β1.



i. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΝΔ,ΒΚΓ
1. $\hat{A} = \hat{\Gamma} = 90^o$ (αφού ΑΒΓΔ ορθογώνιο)
2. ΑΝ=ΚΓ (δεδομένο)
3. ΑΔ=ΒΓ (ως απέναντι πλευρές του ορθογωνίου ΑΒΓΔ)

Άρα, από Π-Γ-Π τα τρίγωνα είναι ίσα.

ii. ΝΒ//ΚΔ (αφού ΑΒ//ΓΔ ως απέναντι πλευρές στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ)
ΝΒ=ΚΔ (ως διαφορά ίσων τμημάτων: ΝΒ=ΑΒ-ΑΝ=ΓΔ-ΚΓ=ΚΔ)
Άρα, το ΝΒΚΔ είναι παραλληλόγραμμο αφού έχει δύο απέναντι πλευρές παράλληλες και ίσες.

iii. Στο τρίγωνο ΔΝΚ: $\begin{cases} \text{Ε μέσο ΔΝ} \\ \text{Ζ μέσο ΔΚ} \end{cases}$, άρα ΕΖ//ΝΚ (ενώνει τα μέσα 2 πλευρών ενός τριγώνου). Άρα, το ΕΖΚΝ είναι τραπέζιο.

Β2. i. ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο

- ΑΒ=ΓΔ (ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου)
  2x+1 = 5x-5
  2x-5x = -1-5
  -3x = -6
  $\frac{-3x}{-3} = \frac{-6}{-3}$
  x=2

- ΑΔ=ΒΔ (ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου)
  y+2=4-y
  y+y=4-2
  2y=2
  y=1

- $\hat{A} + \hat{\Gamma}$ =180° (ως διαδοχικές γωνίες παραλληλογράμμου)
  110° + ω =180°
  ω = 180° -110°
  ω= 70°

ii. ΑΒΓ τρίγωνο

- $\begin{cases} \Delta \text{ μέσο } AB \\ E \text{ μέσο } A\Gamma \end{cases}$, άρα ΔΕ//ΒΓ και ΔΕ=$\frac{B\Gamma}{2}$ ⇔x= $\frac{x+3}{2}$ ⇔2x=x+3 ⇔ 2x-x=3 ⇔ $x = 3$

- $\omega = \hat{B} = 70°$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά (μεταξύ των παραλλήλων ΔΕ//ΒΓ με τέμνουσα την ΑΒ)

- Από άθροισμα γωνιών τριγώνου στο ΑΒΓ:
  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma}$ =180°
  80° +70° + y =180°
  150° + y = 180°
  y= 180° – 150°
  y= 30°

Θέμα Γ

i. Στο τρίγωνο ΔΕΟ το τμήμα ΟΚ είναι ύψος (Δ$\widehat{K}$Ο=90°) και διάμεσος (αφού ΚΕ=ΔΚ), άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές με ΕΟ=ΟΔ. (β′ τρόπος:με σύγκριση τριγώνων)
Επειδή το Ο είναι το κέντρο του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ θα είναι το μέσο των διαγωνίων του, επομένως ΟΔ= $\frac{B\Delta}{2}$.Τελικά, ΕΟ=ΟΔ= $\frac{B\Delta}{2}$.

ii. Στο τρίγωνο ΔΕΒ ισχύει ότι: $\begin{cases} \text{ΕΟ διάμεσος (αφού Ο μέσο της ΒΔ)} \\ \text{ΕΟ} = \frac{\text{ΒΔ}}{2} \text{ (αποδείχτηκε στο i)} \end{cases}$, άρα το τρίγωνο ΔΕΒ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά ΒΔ. Οπότε, $\Delta\hat{E}$Β=90° .

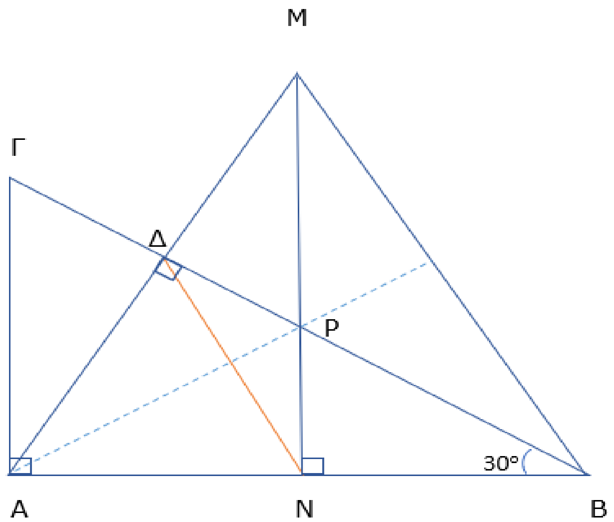
iii. Για το τετράπλευρο ΑΕΒΓ έχουμε ότι:

- ΕΒ ⊥ ΕΔ (αφού $\Delta\hat{E}$Β=90° όπως αποδείχθηκε στο ii)
- ΑΓ ⊥ ΕΔ (αφού ΑΓ⊥ ΔΚ από δεδομένα)

Άρα, ΕΒ//ΑΓ ως κάθετα τμήματα προς το τμήμα ΕΔ. Επομένως, το ΑΕΒΓ είναι τραπέζιο.

Στο τρίγωνο ΔΑΕ το τμήμα ΑΚ είναι ύψος (Α$\hat{K}$Δ=90°) και διάμεσος (αφού ΚΕ=ΔΚ), άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές με ΑΕ=ΑΔ (1). (β' τρόπος:με σύγκριση τριγώνων)
Όμως, ΑΔ=ΒΓ (2) ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.
Από (1) και (2): ΑΕ=ΒΓ.Επομένως, το ΑΕΒΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Θέμα Δ



α. Στο τρίγωνο ΑΔΒ έχουμε ότι:
Δ$\hat{A}$Β + Α$\hat{B}$Δ =90° (οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου, άρα είναι συμπληρωματικές)
Δ$\hat{A}$Β + 30° =90°
Δ$\hat{A}$Β =90° – 30°
Δ$\hat{A}$Β = 60°

Στο τρίγωνο ΑΒΜ, η ΒΔ είναι ύψος και διάμεσος άρα, το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
Δηλαδή, $\Delta\hat{A}B = A\widehat{M}B = 60^o$.
Από άθροισμα γωνιών τριγώνου προκύπτει ότι και $A\hat{B}M = 60^o$, άρα τελικά το τρίγωνο ΑΜΒ είναι ισόπλευρο.

β. Στο τρίγωνο ΑΜΒ:
ΜΝ ύψος , άρα και διάμεσος αφού δείξαμε ότι ΑΜΒ ισόπλευρο. Επομένως, το Ν θα είναι το μέσο της ΑΒ.
$\begin{cases} \Delta \text{ μέσο } AM \text{ (αφού } A\Delta = \Delta M) \\ N \text{ μέσο } AB \end{cases}$, άρα ΔΝ//ΜΒ.

γ. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΓΔ,ΔΜΡ

i. $A\hat{\Delta}\Gamma = M\hat{\Delta}P = 90^o$
ii. ΑΔ=ΔΜ (δεδομένο)
iii. $\Gamma\hat{A}\Delta = \Delta\widehat{M}P$ (ως εντός εναλλάξ μεταξύ των παραλλήλων ΑΓ//ΜΝ: είναι και τα δύο κάθετα στην ΑΒ,άρα μεταξύ τους παράλληλα)

Άρα, από Γ-Π-Γ τα τρίγωνα είναι ίσα.Οπότε, ΑΓ=ΜΡ

δ. ΑΓ//=ΜΡ (αποδείχτηκε), άρα το ΑΡΜΓ είναι παραλληλόγραμμο αφού έχει δύο απέναντι πλευρές παράλληλες και ίσες. Και επειδή ΑΜ ⊥ ΓΡ, τότε το ΑΡΜΓ είναι ρόμβος αφού είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιοί του τέμνονται κάθετα.

ε. Στο τρίγωνο ΑΜΒ:
Τα ΜΝ, ΒΔ είναι ύψη που τέμνονται στο Ρ. Άρα, το Ρ είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου. Επομένως, και το ΑΡ θα είναι το ύψος που ξεκινάει απο την κορυφή Α και θα καταλήγει κάθετα στην απέναντι πλευρά. Άρα, ΑΡ ⊥ ΜΒ.

Τις λύσεις των θεμάτων επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Καραμπατάκη Σοφία
Νίκου Δημήτρης
Παλτσόκας Παναγιώτης