Φροντιστήρια ΣΥΣΤΗΜΑ

ΚΕΝΤΡΟ	Αγίας Σοφίας 39	2310.244.444
ΝΤΕΠΩ	Β. Όλγας 168	2310.428.400
ΕΥΟΣΜΟΣ	Μ.Αλεξάνδρου 45	2310.770.360

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α ΛΥΚΕΙΟΥ
Εξεταζόμενη Ύλη :
ΤΡΙΓΩΝΑ – ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ - ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ
Κυριακή 14 Ιανουαρίου 2018

Θέμα Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο σελ.68

Α2. Σχολ. Βιβλίο σελ.24

Α3. Σχολ. Βιβλίο σελ.103

Α4. Σ – Λ – Σ – Λ – Σ

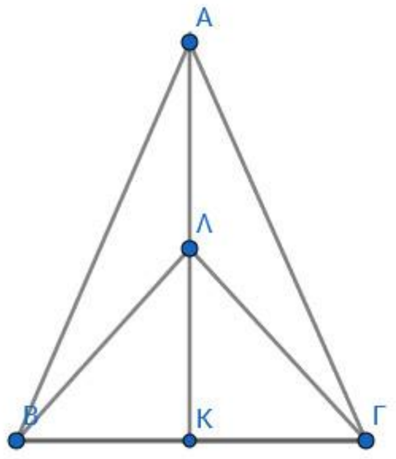
Θέμα Β

Β1. Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (με βάση ΒΓ) και ΑΚ το ύψος του.

i. Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΚΓ
1. ΑΒ=ΑΓ (ΑΒΓ ισοσκελές)
2. ΑΚ κοινή

Επομένως ΑΒΚ=ΑΚΓ και συνεπώς παίρνουμε τις σχέσεις :

ΒΚ=ΚΓ (επομένως ΑΚ διάμεσος) , $B\hat{A}K = K\hat{A}\Gamma$ (επομένως ΑΚ διχοτόμος), $\hat{B} = \hat{\Gamma}$



ii. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΛ και ΑΛΓ
1. ΑΒ=ΑΓ (ΑΒΓ ισοσκελές)
2. ΑΛ κοινή
3. $B\hat{A}K = K\hat{A}\Gamma$ (από i)

Επομένως ΑΒΛ=ΑΛΓ και συνεπώς παίρνουμε τις σχέσεις :

$A\hat{B}\Lambda = A\hat{\Gamma}\Lambda,\ A\hat{\Lambda}B = A\hat{\Lambda}\Gamma,\ \Lambda B = \Lambda\Gamma$

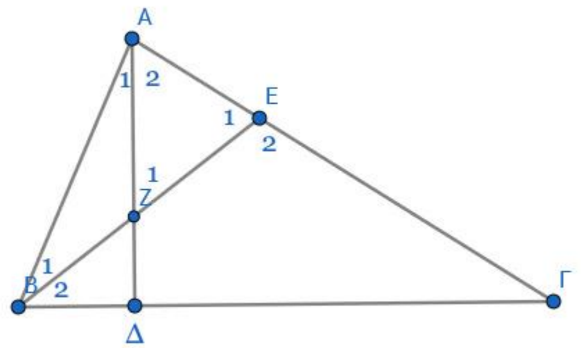
Β2.

i. Στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}=180^\circ \Leftrightarrow \left(\hat{A}+\hat{\Gamma}\right)+\hat{B}=180^\circ \Rightarrow 2\hat{B}+\hat{B}=180^\circ \Leftrightarrow 3\hat{B}=180^\circ \Leftrightarrow \hat{B}=60^\circ$

Επομένως

$\hat{A}+\hat{\Gamma}=2\hat{B} \Rightarrow 3\hat{\Gamma}+\hat{\Gamma}=120^\circ \Leftrightarrow 4\hat{\Gamma}=120^\circ \Leftrightarrow \hat{\Gamma}=30^\circ$ και έτσι έχουμε

$\hat{A}=180^\circ-60^\circ-30^\circ \Leftrightarrow \hat{A}=90^\circ$. Επομένως το ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.



ii. Η ΒΕ είναι διχοτόμος άρα $\hat{B}_1=\hat{B}_2=30^\circ$. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΕ έχουμε τελικά $\hat{E}_1=90-\hat{B}_1=90-30=60^\circ$

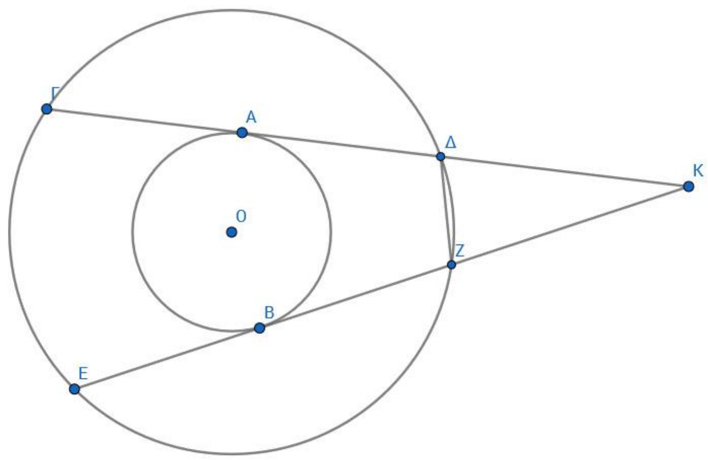
Επίσης ΑΔ είναι ύψος , οπότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ έχουμε $\hat{A}_2=90-\hat{\Gamma}=90-30=60^\circ$. Συνεπώς στο τρίγωνο ΑΕΖ ισχύει $\hat{Z}_1=180-60-60=60^\circ$. Οπότε το ΑΖΕ είναι ισόπλευρο.

Θέμα Γ

Γ1.

i. Φέρνω ΟΑ και ΟΒ αποστήματα των χορδών ΓΔ και ΕΖ αντίστοιχα. Ισχύει ΟΑ=ΟΒ= ρ_1 , επομένως είναι ίσα τα αποστήματα, άρα θα είναι ίσες και οι χορδές ΓΔ=ΕΖ.

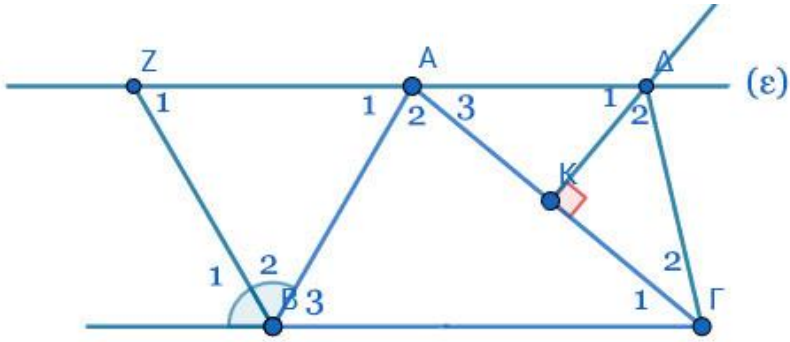
ii. Επειδή το Κ εξωτερικό σημείο του C_1 ,
ΚΑ=ΚΒ ως εφαπτόμενα τμήματα κύκλου από εξωτερικό σημείο του. Επίσης το Α διχοτομεί το ΓΔ και το Β διχοτομεί το ΕΖ , επομένως ισχύει ΑΓ=ΑΔ=ΕΒ=ΒΖ.
Έτσι έχουμε ΔΚ=ΚΖ ως ίσα υπόλοιπα ίσων τμημάτων. (ΑΚ=ΒΚ και ΑΔ=ΒΖ)
Τέλος παίρνουμε ΓΚ=ΓΔ+ΔΚ=ΕΖ+ΖΚ=ΕΚ.
Οπότε το ΓΚΕ είναι ισοσκελές τρίγωνο.



Γ2.

i. Έχουμε $\hat{A}_3 = \hat{\Gamma}_1$ ως εντός εναλλάξ. Επίσης το σημείο Δ ανήκει στη μεσοκάθετο του ΑΓ , άρα ισαπέχει από τα άκρα του. Επομένως ΔΑ=ΔΓ. Το τρίγωνο ΔΑΓ είναι ισοσκελές με βάση την ΑΓ οπότε $\hat{A}_3 = \hat{\Gamma}_2$.

Τελικά $\hat{\Gamma}_1 = \hat{A}_3 = \hat{\Gamma}_2$.



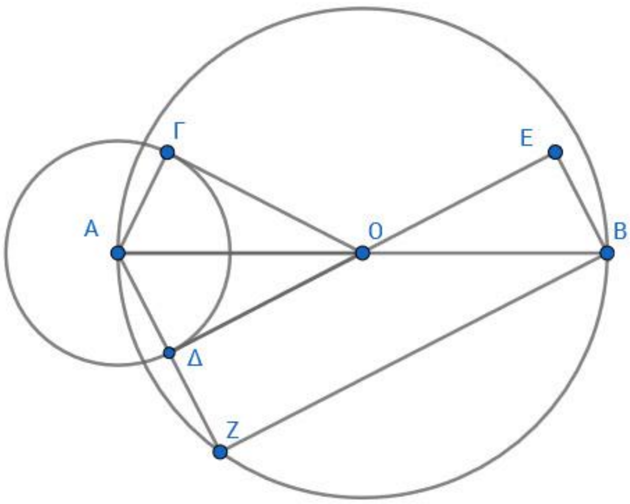
ii. ΒΖ διχοτόμος της $\hat{B}_{\varepsilon\xi}$ άρα $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$.

Έχουμε $\hat{B}_1 = \hat{Z}_1$ ως εντός εναλλάξ. Άρα $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{Z}_1$, άρα το ΑΖΒ τρίγωνο ισοσκελές οπότε ΑΖ=ΑΒ.
Έχουμε δείξει ήδη ότι το ΑΔΓ είναι ισοσκελές οπότε έχουμε ΑΔ=ΔΓ.
Ισχύει ΖΔ=ΑΖ+ΑΔ και από τις προηγούμενες ισότητες προκύπτει ότι ΖΔ=ΑΒ+ΓΔ

Θέμα Δ

i. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΟΔ και ΟΕΒ. Είναι

1. $\hat{O}_2 = \hat{O}_3$ (κατά κορυφήν)
2. ΟΑ=ΟΒ (ακτίνες ρ_1)
3. ΟΔ=ΟΕ (υπόθεση)



Άρα από Π-Γ-Π είναι ΟΑΔ=ΟΕΒ, από όπου παίρνουμε $O\hat{A}\Delta = O\hat{B}E$, $A\Delta = EB$

και $A\hat{\Delta}O = O\hat{E}B$, οι οποίες είναι εντός εναλλάξ και συνεπώς προκύπτει ότι $A\Delta // EB$.
Παρατηρούμε ότι οι ακτίνες ΑΔ και ΑΓ είναι κάθετες στα εφαπτόμενα τμήματα άρα ισχύει

$A\hat{\Delta}O = O\hat{E}B = A\hat{\Gamma}O = 90^\circ$

ii. Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΟΓΑ και ΟΕΒ.

1. ΟΓ=ΟΔ=ΟΕ (ΟΓ=ΟΔ ως εφαπτόμενα τμήματα κύκλου από σημείο εκτός αυτού και ΟΔ=ΟΕ από υπόθεση)
2. $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3$ ($\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ γιατί η ΟΑ διχοτομεί τη γωνία των εφαπτόμενων τμημάτων και $\hat{O}_2 = \hat{O}_3$ κατακορυφήν)

Άρα είναι $\overset{\Delta}{O\Gamma A} = \overset{\Delta}{OEA}$.

iii. Το σημείο Ζ είναι σημείο του κύκλου , οπότε η γωνία $A\hat{Z}B$ είναι εγγεγραμμένη που βαίνει σε ημικύκλιο, οπότε είναι ορθή. Τα τμήματα ΑΖ και ΕΒ είναι και τα δύο κάθετα στο ΒΖ , οπότε είναι παράλληλα μεταξύ τους.

Τις απαντήσεις των θεμάτων επιμελήθηκαν οι καθηγητές:
Καραμπατάκη Σοφία
Νίκου Δημήτρης
Παλτσόκας Παναγιώτης