ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

05-01-2017

ΥΛΗ: ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^o - 4^o

ΘΕΜΑ Α

1. Σχολικό βιβλίο σελ.88

2. Σχολικό βιβλίο σελ.70

3. i. Λ ii. Σ iii. Σ iv. Σ v. Λ

ΘΕΜΑ Β

1. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΒΚΑ και ΓΚΑ. Έχουν την ΑΚ κοινή, ΑΒ=ΑΓ (δεδ.) και ΒΚ=ΚΓ (δεδ.) άρα από το κριτήριο Π-Π-Π τα τρίγωνα ΒΚΑ, ΓΚΑ είναι ίσα.

2. Επειδή το τρίγωνο ΑΒΚ είναι ισοσκελές (ΒΚ=ΑΚ από τα δεδομένα μου) η γωνία $\mathrm{A\hat{B}K}$ θα είναι ίση με την $\mathrm{B\hat{A}K}$ ως προσκείμενς στη βάση γωνίες.Επίσης η $\mathrm{B\hat{A}K}$ είναι η μισή της $\hat{\mathrm{A}}$ άρα $\mathrm{A\hat{B}K} = 40^o$. Όμοια η $\mathrm{A\hat{\Gamma}K} = 40^o$.

3. $\mathrm{B\hat{K}\Gamma} + \mathrm{A\hat{K}\Gamma} + \mathrm{A\hat{K}B} = 360^o$ (1)

   Στο τρίγωνο ΑΒΚ γνωρίζω ότι $\mathrm{B\hat{A}K} = \mathrm{A\hat{B}K} = 40^o$ άρα $\mathrm{A\hat{K}B} = 100^o$

   Στο τρίγωνο ΑΚΓ γνωρίζω ότι $\mathrm{\Gamma\hat{A}K} = \mathrm{A\hat{\Gamma}K} = 40^o$ άρα $\mathrm{A\hat{K}\Gamma} = 100^o$

   Αντικαθιστώ στην (1) και $\mathrm{B\hat{K}\Gamma} + 100^o + 100^o = 360^o \Rightarrow \mathrm{B\hat{K}\Gamma} = 160^o$

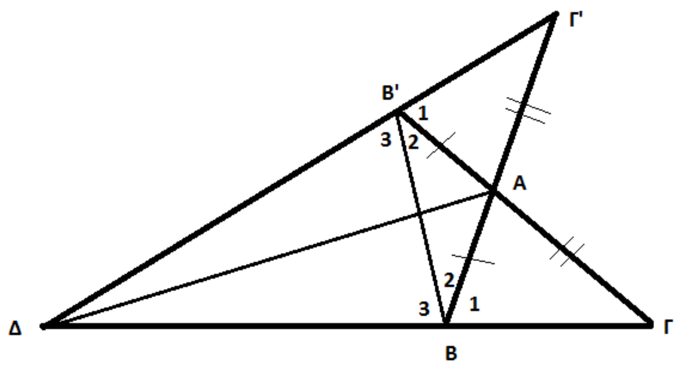
Θέμα Γ

1) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΚΒΣ και ΚΔΣ. Έχουν ΣΑ=ΣΒ (δεδ.), ΣΚ κοινή και ΚΒ=ΚΔ ως ακτίνες του ίδιου κύκλου, άρα από το κριτήριο Π-Π-Π τα τρίγωνα ΚΒΣ και ΚΔΣ είναι ίσα.
2) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΚΛΒ και ΚΜΔ. Έχουν ΚΒ=ΚΔ (ακτίνες του ίδιου κύκλου), $\hat{\Lambda} = \hat{\mathrm{M}} = 90^o$ και $\mathrm{\Lambda\hat{B}K} = \mathrm{K\hat{\Delta}M}$ από ερώτημα 1, άρα από κριτήριο σύγκρισης ορθογωνίων τριγώνων τα τρίγωνα ΚΛΒ και ΚΜΔ είναι ίσα , οπότε ΚΛ=ΚΜ.
3) Γνωρίζουμε από θεώρημα ότι δύο χορδές είναι ίσες μόνο όταν τα αποστήματά τους είναι ίσα πράγμα που δείξαμε (ΚΛ=ΚΜ) στο ερώτημα 2.

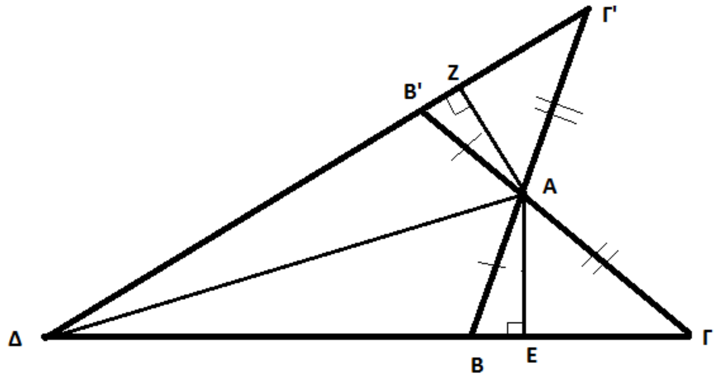
Θέμα Δ1

i. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒ′Γ′ έχουν: ΑΒ=ΑΒ′(δεδ.), ΑΓ=ΑΓ′ (δεδ.) και $\mathrm{B\hat{A}\Gamma} = \mathrm{B'\hat{A}\Gamma'}$ ως κατακορυφήν, άρα από Π-Γ-Π τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒ′Γ είναι ίσα.

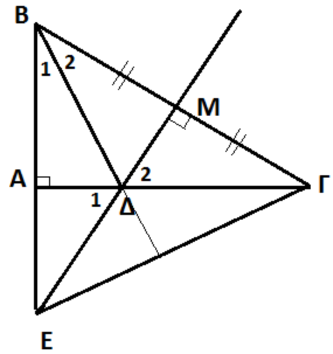
ii. Φέρω τη ΒΒ′
$\hat{B}_1+\hat{B}_2+\hat{B}_3=180^0$ (1) και
$\hat{B}'_1+\hat{B}'_2+\hat{B}'_3=180^0$ (2) Γνωρίζουμε ότι $\hat{B}_1=\hat{B}'_1$ από ερώτημα 1 και $\hat{B}_2=\hat{B}'_2$ γιατί το τρίγωνο ΑΒΒ′ είναι ισοσκελές (ΑΒ=ΑΒ′) αφαιρώντας κατά μέλη προκύπτει ότι $\hat{B}_3=\hat{B}'_3$ άρα το ΔΒΒ′ ισοσκελές.



iii. Για να είναι το Α, σημείο της διχοτόμου της γωνίας Δ σημαίνει, πως ΔΑ είναι η διχοτόμος της.Άρα φερουμε τα ύψη ΑΕ και ΑΖ στις ΒΓ και Β′Γ′ αντίστοιχα και συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΔΖ. Έχουν ΑΔ κοινή , ΑΖ=ΑΕ (από σύγκριση τριγώνων ΑΒΕ και ΑΒ′Ζ: $\hat{Z}=\hat{E}=90^o$,ΑΒ=ΑΒ′, $\hat{B}_2=\hat{B}'_2$) άρα τα ΑΔΕ και ΑΔΖ είναι ίσα και ΑΔ διχοτόμος της $\hat{\Delta}$.



Δ2.
i) Το Δ είναι σημείο της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος ΒΓ, άρα θα ισαπέχει από τα άκρα του, οπότε ΔΒ=ΔΓ.
ii) Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΔΜ και ΒΔΑ. Έχουν: ΒΔ κοινή και ΒΜ=ΑΒ (1) από δεδομένα ($AB=\frac{B\Gamma}{2}=BM=M\Gamma$). Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΔΜ και ΒΔΑ είναι ίσα οπότε $\hat{B}_1=\hat{B}_2$ => ΒΔ διχοτόμος.
iii) Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΕ και ΜΔΓ, έχουν: $\hat{\Delta}_1=\hat{\Delta}_2$ (κατακορυφήν), ΑΔ=ΔΜ (από ii) άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΕ και ΜΔΓ έινα ίσα => ΜΓ=ΑΕ (2).Προσθέτω κατά μέλη τις (1) και (2) και έχω $BM+M\Gamma=AB+AE \Leftrightarrow B\Gamma=BE$ άρα το τρίγωνο ΕΒΓ ισοσκελές και η ΒΔ (και η προέκτασή της) που είναι διχοτόμος θα είναι και ύψος, οπότε ΔΒ$\perp$ΕΓ.



Τις λύσεις των θεμάτων επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Νίκου Δημήτρης
Χωνιανάκης Αντώνης