ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
21-04-2017
ΥΛΗ: ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^{Ο} - 4^{Ο}

ΘΕΜΑ Α

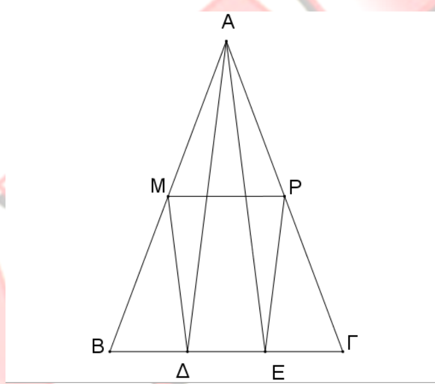
Α1. Σχολικό βιβλίο σελ.114

Α2.

i. Ορθογώνιο: διχοτομούνται και είναι ίσοι
ii. Ρόμβος: διχοτομούνται, είναι κάθετοι και διχοτομούν τις γωνίες του
iii. Τετράγωνο: διχοτομούνται, είναι κάθετοι, είναι ίσοι και διχοτομούν τις γωνίες του
iv. Ισοσκελές τραπέζιο: είναι ίσοι

Α3. i. Λ ii. Λ iii. Σ iv. Λ v. Σ

ΘΕΜΑ Β



i. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΒΜΔ και ΓΡΕ

- $\mathrm{MB} = \frac{\mathrm{AB}}{2} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{2} = \mathrm{P\Gamma}$
- $\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\Gamma}$ (ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο)
- ΒΔ=ΕΓ (από υπόθεση)

Κριτήριο : Π-Γ-Π
Αρα τα τρίγωνα ΒΜΔ και ΓΡΕ είναι ίσα. Οπότε ΜΔ=ΡΕ

ii. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΑΡΕ

- $\mathrm{AM} = \frac{\mathrm{AB}}{2} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{2} = \mathrm{AP}$
- $\widehat{\mathrm{AM\Delta}} = 180^o - \widehat{\mathrm{BM\Delta}} = 180^o - \widehat{\mathrm{\Gamma PE}} = \widehat{\mathrm{APE}}$
- ΜΔ=ΡΕ (Απο ερώτημα i.)

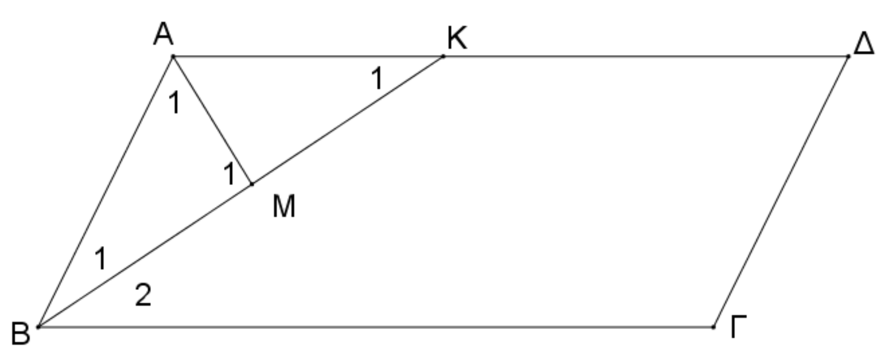
Κριτήριο: Π-Γ-Π
Άρα τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΑΡΕ είναι ίσα, οπότε $\widehat{\mathrm{M\Delta A}} = \widehat{\mathrm{PEA}}$

iii. $\left.\begin{matrix} \mathrm{M}\ \mu\acute{\varepsilon}\sigma o\ \mathrm{AB} \\ \mathrm{P}\ \mu\acute{\varepsilon}\sigma o\ \mathrm{A\Gamma} \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \mathrm{MP}//\mathrm{B\Gamma} \Leftrightarrow \mathrm{MP}//\mathrm{\Delta E}$ Αρα ΜΡΔΕ τραπέζιο

Επιπλέον ΜΔ=ΡΕ (από ερώτημα i.) , άρα ΜΡΔΕ ισοσκελές τραπέζιο

Θέμα Γ

i. Γνωρίζουμε ότι οι απέναντι γωνίες ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες.
Άρα $\widehat{\Delta} = \widehat{\mathrm{B}} = 60^o$
Επίσης οι διαδοχικές γωνίες ενός παραλληλογράμμου είναι παραπληρωματικές.
Άρα $\widehat{\mathrm{A}} + \widehat{\mathrm{B}} = 180^o \Leftrightarrow \widehat{\mathrm{A}} + 60^o = 180^o \Leftrightarrow \widehat{\mathrm{A}} = 120^o$
$\widehat{\mathrm{A}} = \widehat{\Gamma} = 120^o$



ii.

ΒΔ διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$, οπότε $\hat{B}_1 = \frac{60^o}{2} \Leftrightarrow \hat{B}_1 = 30^o$

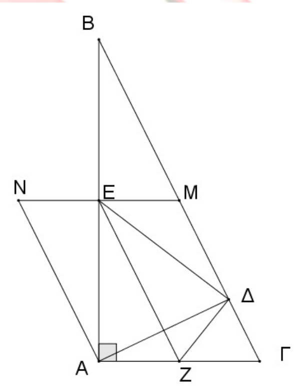
Ισχύει ότι: $\hat{B}_1 = \hat{K}_1 = 30^o$ ως εντός εναλλάξ παραπληρωματικές γωνίες.
Επομένως το τρίγωνο ΑΒΚ είναι ισοσκελές με κορυφή την Α. Γνωρίζουμε ότι η διάμεσος της κορυφής ισοσκελούς τριγώνου είναι και διχοτόμος, άρα ΑΜ διχότόμος της γωνίας Α.

iii. $\left.\begin{matrix} \hat{B}_1 = 30^o \\ \hat{A}_1 = \frac{120^o}{2} = 60^o \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \widehat{M}_1 = 90^o$. Αρα το τρίγωνο ΑΜΒ είναι ορθογώνιο με τη γωνία Μ ορθή.

$\hat{B}_1 = 30^o$, άρα απο θεώρημα γνωρίζουμε ότι η απέναντι πλευρά ΑΜ είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

$$\left.\begin{matrix} AM = \frac{AB}{2} \\ AB = \Gamma\Delta \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow AM = \frac{\Gamma\Delta}{2}$$

Θέμα Δ



i. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΔΕΖ και ΑΕΖ

- ΕΖ κοινή
- ΔΖ διάμεσος από την ορθή γωνία στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΖ , άρα $\Delta Z = \frac{A\Gamma}{2} = AZ$
- Όμοια στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ έχουμε $\Delta E = \frac{AB}{2} = AE$

Κριτήριο: Π-Π-Π

Αρα τα τρίγωνα ΔΕΖ και ΑΕΖ είναι ίσα

ii. Εφόσον τα τρίγωνα ΔΕΖκαι ΑΕΖ είναι ίσα τότε απέναντι από ίσες πλευρές (πλευρά ΕΖ) έχουμε ίσες γωνίες. Άρα $\widehat{\mathrm{E\Delta Z}} = \widehat{\mathrm{EAZ}} = 90^o$.

iii. Απο την ισότητα των τριγώνων ΔΕΖ και ΑΕΖ έχουμε:

- $\mathrm{E\Delta} = \mathrm{EA} \Leftrightarrow$ Ε σημείο της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος ΑΔ
- $\mathrm{Z\Delta} = \mathrm{ZA} \Leftrightarrow$ Ζ σημείο της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος ΑΔ

Γνωρίζουμε ότι απο δύο σημεία περνάει μοναδική ευθεία, άρα ΕΖ μεσοκάθετη στο ΑΔ.

iv. Ε,Μ μέσα των πελυρών ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα στο τρίγωνο ΑΒΓ. Άρα

$\mathrm{EM} // = \dfrac{\mathrm{A\Gamma}}{2} \Leftrightarrow 2\mathrm{EM} // = \mathrm{A\Gamma} \Leftrightarrow \mathrm{NM} // = \mathrm{A\Gamma}$ **.** Άρα ΑΓΜΝ παραλληλόγραμμο.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, $\widehat{\mathrm{B}} = 30^o$, οπότε $\mathrm{A\Gamma} = \dfrac{\mathrm{B\Gamma}}{2} = \mathrm{\Gamma M}$.

Άρα ΑΓΜΝ παραλληλόγραμμο με δύο διαδοχικές πλευρές ίσες, οποτε είναι ρόμβος.

Τις λύσεις των θεμάτων επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Νίκου Δημήτρης
Χωνιανάκης Αντώνης