# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑΣ
# 01/11/2015 ΥΛΗ: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ-ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

1. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 31
2. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 33
3. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 35,36
4. i) Λ ii) Σ iii) Σ iv) Λ v) Σ

## ΘΕΜΑ Β

1. i) $f(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2, x \in R$
$f(-x) = (-x)^2 - 2(-x) + 1 = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \Leftrightarrow$ f(-x)≠f(x) και f(-x)≠-f(x) άρα η f δεν είναι ούτε άρτια, ούτε περιττή.

ii) g(x)=$\frac{x^3-x}{x^2+2}$ ,$x \in R \Leftrightarrow$ g(-x)= $\frac{(-x)^3-(-x)}{(-x)^2+2} = \frac{-x^3+x}{x^2+2} = \frac{-(x^3-x)}{x^2+2} = -\frac{x^3-x}{x^2+2}$ = -g(x) άρα η g είναι περιττή.

iii) $h(x) = 3x^2 - 1, x \in R \Leftrightarrow h(-x) = 3(-x)^2 - 1 = 3x^2 - 1 = h(x)$ άρα η h είναι άρτια.

2.
i) $\begin{cases} x+y-z=2 \\ 2x+y-3z=5 \\ 3x+4y-5z=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-2=z \\ 2x+y-3z=5 \\ 3x+4y-5z=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ 2x+y-3(x+y-2)=5 \\ 3x+4y-5(x+y-2)=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ 2x+y-3x-3y+6=5 \\ 3x+4y-5x-5y+10=8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ -x-2y=5-6 \\ -2x-y=8-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ -x-2y=-1 \\ -2x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ 1-2y=x \\ -2x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ x=1-2y \\ -2(1-2y)-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ x=1-2y \\ -2+4y-y=-2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ x=1-2y \\ 3y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ x=1-2y \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+y-2 \\ x=1 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1+0-2 \\ x=1 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-1 \\ x=1 \\ y=0 \end{cases}$

ii) $\begin{cases} \frac{4}{x}+\frac{1}{y}=2 \\ \frac{3}{x}+\frac{2}{y}=-1 \end{cases}$ x≠0 ,y≠0 θέτω α=$\frac{1}{x}$ και β=$\frac{1}{y}$ οπότε το σύστημα θα πάρει την μορφή

$\begin{cases}4\alpha+\beta=2\\3\alpha+2\beta=-1\end{cases}\times\begin{vmatrix}-2\\+1\end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}-8\alpha-2\beta=-4\\3\alpha+2\beta=-1\end{cases}$ προσθέτω κατά μέλη και έχω -5α=-5⇔α=1

Αντικαθιστώ όπου α=1 και έχω 3+2β=-1⇔ 2β=-4 ⇔β=-2

Άρα x=1 και y= $-\frac{1}{2}$

**ΘΕΜΑ Γ**

1. $\begin{cases}\lambda x+\lambda y=1\\x+\lambda y=\lambda\end{cases} \Leftrightarrow$ D= $\begin{vmatrix}\lambda & \lambda\\1 & \lambda\end{vmatrix} = \lambda^2-\lambda=\lambda(\lambda-1) \Leftrightarrow \begin{cases}D=0\ \gamma\iota\alpha\ \lambda=0\ \text{ή}\ \lambda=1\\ D\neq 0\ \gamma\iota\alpha\ \lambda\neq 0,1\end{cases}$

   Όταν λ=0 το σύστημα γίνεται $\begin{cases}0x+0y=1\\x+0y=0\end{cases} <=> \begin{cases}0=1\\x=0\end{cases}$ αδύνατο άρα οι ευθείες είναι παράλληλες.

   Όταν λ=1 το σύστημα γίνεται $\begin{cases}x+y=1\\x+y=1\end{cases}$ άρα οι ευθείες ταυτίζονται.

   Για $\lambda\neq 0,1 => D\neq 0$

   $Dx=\begin{vmatrix}1 & \lambda\\\lambda & \lambda\end{vmatrix}=\lambda-\lambda^2=\lambda(1-\lambda)$ άρα $x=\frac{Dx}{D}=\frac{\lambda(1-\lambda)}{\lambda(\lambda-1)}=\frac{-(\lambda-1)}{\lambda-1}=-1$

   $Dy=\begin{vmatrix}\lambda & 1\\1 & \lambda\end{vmatrix}=\lambda^2-1=(\lambda-1)(\lambda+1)$ άρα $y=\frac{Dy}{D}=\frac{(\lambda-1)(\lambda+1)}{\lambda(\lambda-1)}=\frac{\lambda+1}{\lambda}$

2. $\begin{cases}xy=2\\x+2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{2}{y}\\x+2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{2}{y}\\\frac{2}{y}+2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{2}{y}\\2+2y^2=5y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{2}{y}\\2y^2-5y+2=0\end{cases}$ ⇔Δ=9 και

   $y_1=2, y_2=\frac{1}{2}$ οπότε έχουμε τα Α(1,2), Β(4, $\frac{1}{2}$)

**ΘΕΜΑ Δ**

1. Για να έχει μοναδική λύση θα πρέπει D≠0 ,άρα θα έχουμε $\begin{cases}\frac{Dx}{2}+\frac{Dy}{3}=2D\\5Dx+2Dy=16D\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3Dx+2Dy=12D\\5Dx+2Dy=16D\end{cases}$

   διαιρώ κάθε όρο με το D⇔ $\begin{cases}3\frac{Dx}{D}+2\frac{Dy}{D}=12\frac{D}{D}\\5\frac{Dx}{D}+2\frac{Dy}{D}=16\frac{D}{D}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x+2y=12\\5x+2y=16\end{cases}\times\begin{vmatrix}-1\\+1\end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}-3x-2y=-12\\5x+2y=16\end{cases}$ ⇔ 2x=4 ⇔

   x=2 και y=3. Άρα το σημείο που τέμνονται οι ευθείες είναι το Α (2,3).

2. Έστω x τα αυτοκίνητα και y τα μηχανάκια, άρα θα έχουμε:

$\begin{cases} x+y=50 \\ 4x+2y=164 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=50 \\ 4x+2y=164 \end{cases}\left|\begin{matrix}-2 \\ +1\end{matrix}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-2y=-100 \\ 4x+2y=164 \end{cases} \Leftrightarrow 2x=64 \Leftrightarrow x=32$ τα αυτοκίνητα και άρα 18 τα μηχανάκια.

3. $D^2+D_x^2+D_y^2=8D+6D_x-25 \Leftrightarrow D^2-8D+D_x^2-6D_x+D_y^2+25=0 \Leftrightarrow$
$D^2-8D+16+D_x^2-6D_x+9+D_y^2=0 \Leftrightarrow (D-4)^2+(D_x-3)^2+D_y^2=0$

για να ισχύει η ισότητα πρέπει κάθε τετράγωνο να είναι μηδέν.

$$\begin{cases} D-4=0 \\ Dx-3=0 \\ Dy=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D=4 \\ Dx=3 \\ Dy=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{Dx}{D}=\dfrac{3}{4} \\ y=\dfrac{Dy}{D}=\dfrac{0}{4}=0 \end{cases}$$

Άρα το σημείο είναι το Α($\frac{3}{4}$,0).

**ΤΙΣ ΛΥΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ:**

**ΝΙΚΟΥ ΔΗΜΗΤΡΗΣ**
**ΧΩΝΙΑΝΑΚΗΣ ΑΝΤΩΝΗΣ**