ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

31/03/2019

Θέμα 1

Α. Σχολικό βιβλίο σελ. 146

Β. Σχολικό βιβλίο σελ. 154

Γ. **1: Λ** **2: Λ** **3: Λ** **4: Σ** **5: Σ**

Θέμα 2

Α.

1) $\alpha_1{}^2 - \lambda\alpha_1 + 121 = 0$

$\Delta = \lambda^2 - 4 \cdot 121$

Πρέπει όμως $\Delta = 0$ για να υπάρχει μία διπλή λύση.

Άρα $\lambda^2 = 4 \cdot 121$

ή $\lambda = \pm 2 \cdot 11 = \pm 22$

όμως $\lambda > 0$ Άρα $\lambda = 22$

και $\alpha_1 = \frac{\lambda}{2} = 11$

2) $\alpha_{11} = 101$

$\alpha_1 + (11 - 1)\omega = 101$

$11 + 10\omega = 101$

$10\omega = 90$

$\omega = 9$

Άρα $\alpha_\nu = 11 + (\nu - 1)9$

3) $\alpha_{20} = \alpha_1 + (20 - 1)9 = 11 + (19 * 9) = 11 + 171 = 182$

$\alpha_{10} = \alpha_{11} - \omega = 101 - 9 = 92$

4) $S_{20} = \frac{20}{2}(a_1 + a_{20}) = 10(11 + 182) = 10 \cdot 193 = 1930$

Παρατηρούμε ότι $\alpha_1 = 11 > 0$ και $\alpha_{10} = 92 < 100$ ενώ $\alpha_{11} = 101 > 100$

Άρα το ζητούμενο άθροισμα είναι το S_{10}.

$S_{10} = \frac{10}{2}(a_1 + a_{10}) = 5(11 + 92) = 5 \cdot 103 = 515$

Β. Από τον τύπο του θέματος 1 Β:

$(AB) = \sqrt{(4-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$(B\Gamma) = \sqrt{(-3-4)^2 + [5-(-2)]^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{2 \cdot 49} = 7\sqrt{2}$

$(A\Gamma) = \sqrt{(-3-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

Άρα οι πλευρές ΑΒ και ΑΓ είναι ίσες πράγμα που σημαίνει ότι το τρίγωνο σχηματίζεται είναι ισοσκελές.

Θέμα 3

Α. $f(x) = \frac{4}{|x-1|}$

1) Πρέπει $|x-1| \neq 0 \rightarrow x \neq 1$

Άρα το πεδίο ορισμού είναι $A_f = \mathbb{R} - \{1\}$

2) $f(x) = 4$

$\frac{4}{|x-1|} = 4$

$|x-1| = 1$

$x = 1+1$ ή $x = -1+1$

$x = 2$ ή $x = 0$

$f(x) = 1$

$\frac{4}{|x-1|} = 1$

$|x-1| = 4$

$x = 4+1$ ή $x = -4+1$

$x = 5$ ή $x = -3$

$f(x) = 0 \leftrightarrow \frac{4}{|x-1|} = 0$ αδύνατη

3) Το μηδέν δεν ανήκει στο σύνολο τιμών γιατί δεν υπάρχει x ώστε η συνάρτηση να δίνει αποτέλεσμα 0 σύμφωνα με το προηγούμενο ερώτημα.

Β. $g(x) = \sqrt{\alpha x^2 - 6x + \beta}$

1) $g(0) = 3$

$\sqrt{\alpha \cdot 0 - 6 \cdot 0 + \beta} = 3$

$\sqrt{\beta} = 3$

$\beta = 9$

$g(3) = 0$

$\sqrt{\alpha \cdot 9 - 6 \cdot 3 + 9} = 0$

$9a - 18 + 9 = 0$

$9a = 9$

$a = 1$

Άρα $g(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x - 3|$

2) $g(x) = 1$

$|x - 3| = 1$

$x - 3 = 1$ ή $x - 3 = -1$

$x = 4$ ή $x = 2$

Γ. $h(x) = \begin{cases} f(x) & για\ x < 5 \\ g(x) & για\ x \geq 5 \end{cases}$

$h(x) = 1$

Αν $x < 5$ τότε ισχύει ο πρώτος κλάδος και η εξίσωση γίνεται: $\mathrm{f}(x) = 1$ η οποία από το ερώτημα Α.2 έχει λύσεις $x = 5$ ή $x = -3$.
Όμως υποθέσαμε ότι $x < 5$ άρα δεκτή είναι μόνο η λύση $x = -3$.

Αν $x \geq 5$ τότε ισχύει ο δεύτερο κλάδος και η εξίσωση γίνεται: $g(x) = 1$ η οποία από το ερώτημα Β.2 έχει λύσεις $x = 4$ ή $x = 2$.
Όμως υποθέσαμε ότι $x \geq 5$ άρα απορρίπτονται και οι δύο.

Τελικά η μοναδική δεκτή λύση είναι $x = -3$.

Θέμα 4

Α. $f(x) = \kappa x + \mu$

1) $f(0) = 2$, $f(1) = 3$

$\kappa \cdot 0 + \mu = 2$, $\kappa \cdot 1 + 2 = 3$

$\mu = 2$, $\kappa = 1$

Άρα $f(x) = x + 2$

2) άξονας y: πρέπει $x = 0$

$f(0) = 2$

Άρα το σημείο είναι (0, 2)

άξονας x: πρέπει $y = 0$ ή $f(x) = 0$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

Άρα το σημείο είναι το (-2, 0)

Β. $g(x) = -(\nu^2 - 2\nu)x + \rho$

Είναι παράλληλη με την $f(x)$ άρα έχουν ίσο συντελεστή διεύθυνσης.

Άρα $-\nu^2 + 2\nu = 1$

$-\nu^2 + 2\nu - 1 = 0$

$\nu^2 - 2\nu + 1 = 0$

$(\nu - 1)^2 = 0$

$\nu = 1$

Και διέρχεται από την αρχή τον αξόνων (0,0). Άρα $f(0) = 0$

$0 + \rho = 0$

$\rho = 0$

Γ. $h(x) = x^2 - \lambda x + 6$

Για να βρούμε τα σημεία τομής λύνουμε την εξίσωση $f(x) = h(x)$ και για να υπάρχει μοναδικό σημείο πρέπει να υπάρχει μοναδική λύση.

Άρα $x^2 - \lambda x + 6 = x + 2$

$x^2-(\lambda+1)x+4=0$

$\Delta=(\lambda+1)^2-16$

Πρέπει $\Delta=0$ για να υπάρχει μία διπλή λύση

$(\lambda+1)^2-16=0$

$\lambda+1=\pm 4$

$\lambda=3$ ή $\lambda=-5$

όμως $\lambda>0$ άρα $\lambda=3$

Η εξίσωση γίνεται : $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$

$f(2)=2+2=4$

Άρα το σημείο τομής είναι το (2, 4)

Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι καθηγητές

Τζιώρτζης Γιάννης

Τζιώρτζης Μιχάλης