

Άλγεβρα Α' Λυκείου

**Εξεταζόμενη Ύλη: Πραγματικοί Αριθμοί – Εξισώσεις –
Ανισώσεις – Πρόοδοι – Συναρτήσεις**

Ημερομηνία: 19/04/2017

Απαντήσεις

Θέμα Α

A₁. Σχολικό βιβλίο σελίδα 160

A₂. Σχολικό βιβλίο σελίδα 146

A₃. Σχολικό βιβλίο σελίδα 125

A₄. i -> Λ, ii->Λ, iii-> Σ, iv->Σ, v->Λ

Θέμα Β

B1.

i. $f(x) = -3x - 9$

$A_f : x \in \mathbb{R}$

- Σημείο τομής με τον άξονα x'x:
 $y = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -3$

Άρα σημείο τομής είναι το Β(-3,0)

- Σημείο τομής με τον άξονα y'y:
 $x = 0 \Leftrightarrow f(0) = -3 \cdot 0 - 9 = -9$

Άρα σημείο τομής είναι το Γ(0,-9)

ii. $g(x) = x^2 + 2x - 3$

$A_g : x \in \mathbb{R}$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης g, βρίσκεται πάνω από τον άξονα x'x για τα x εκείνα για τα οποία ισχύει:

$g(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 > 0.$

$\Delta = 16, x_1 = -3, x_2 = 1$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$x^2 + 2x - 3$	+	○	-	○	+

Άρα $x \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

- iii. Για να βρούμε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων C_f και C_g έχουμε:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -3x - 9 = x^2 + 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = 1, x_1 = -2, x_2 = -3$$

- Για $x = -2$ έχω $f(-2) = -3 \cdot (-2) - 9 = -3$. Άρα σημείο τομής $K(-2, -3)$
- Για $x = -3$ έχω $f(-3) = -3 \cdot (-3) - 9 = 0$. Άρα σημείο τομής $\Lambda(-3, 0)$

B2

$$\lambda x^2 + x + 5 = 0$$

$$\alpha = \lambda, \beta = 1, \gamma = 5$$

Για να έχει η παραπάνω εξίσωση διπλή ρίζα, θα πρέπει: $\Delta = 0$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 1^2 - 4\lambda \cdot 5 = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{20}$$

Η διπλή ρίζα είναι: $x_0 = -\frac{1}{2\lambda} = -\frac{1}{2 \cdot \frac{1}{20}} = -10$

Θέμα Γ

Γ1.

i. $(\varepsilon): y = (|\lambda| - 2)x + 2016$

Για να σχηματίζει η (ε) οξεία γωνία με τον άξονα $x'x$, πρέπει ο συντελεστής διεύθυνσης να είναι θετικός αριθμός. Άρα έχουμε:

$$|\lambda| - 2 > 0 \Leftrightarrow |\lambda| > 2 \Leftrightarrow \lambda \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

ii. $(\eta): y = (\lambda^2 - 4\lambda + 3)x + \lambda - 2017$

Για να σχηματίζει η (ε) αμβλεία γωνία με τον άξονα $x'x$, πρέπει ο συντελεστής διεύθυνσης να είναι αρνητικός αριθμός. Άρα έχουμε:

$$\lambda^2 - 4\lambda + 3 < 0$$

$$\Delta = 4, \lambda_1 = 3, \lambda_2 = 1$$

λ	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$\lambda^2 - 4\lambda + 3$	+	○	-	○	+

$$\text{άρα } \lambda \in (1, 3)$$

Γ2.

- $|x-2| \geq 3 \Leftrightarrow x-2 \leq -3 \text{ ή } x-2 \geq 3 \Leftrightarrow x \leq -1 \text{ ή } x \geq 5$
- $|2x+1| < 5 \Leftrightarrow -5 < 2x+1 < 5 \Leftrightarrow -6 < 2x < 4 \Leftrightarrow -3 < x < 2$

Άρα οι κοινές λύσεις είναι οι : $x \in (-3, -1]$

Θέμα Δ

Δ1

$$f(x) = \frac{\sqrt{25-x^2}}{|x-2|-a}$$

- i. Η γραφική παρασταση της f διέρχεται από το σημείο $A(3, -2)$, οπότε έχουμε:

$$f(3) = -2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{25-3^2}}{|3-2|-a} = -2 \Leftrightarrow \frac{4}{1-a} = -2 \Leftrightarrow 4 = -2 + 2a \Leftrightarrow a = 3$$

- ii. Για $a=3$ η εξίσωση της συνάρτησης γίνεται: $f(x) = \frac{\sqrt{25-x^2}}{|x-2|-3}$

α. Πρέπει:

- $25-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 \geq -25 \Leftrightarrow x^2 \leq 25 \Leftrightarrow |x| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$
- $|x-2|-3 \neq 0 \Leftrightarrow |x-2| \neq 3 \Leftrightarrow x-2 \neq 3 \text{ και } x-2 \neq -3 \Leftrightarrow x \neq 5 \text{ και } x \neq -1$

Άρα $A_f : x \in [-5, -1) \cup (-1, 5)$

β. $x^4 + x^2 + f(3) = 0 \Leftrightarrow x^4 + x^2 - 2 = 0$

Θέτω $x^2 = \omega$, οπότε η εξίσωση γίνεται: $\omega^2 + \omega - 2 = 0$, $\omega \geq 0$

$\Delta = 9$,

- $\omega_1 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1$ (απορρίπτεται λόγω πεδίο ορισμού)
- $\omega_2 = -2 < 0$ αδύνατο

Δ2

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3$$

i. $f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 0$

$$f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 0$$

$$f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 3$$

ii.
$$\frac{f(0)}{\sqrt{f(1)+5} - f(0)} + \frac{\sqrt{f(3)+5}}{\sqrt{f(0)+2+f(4)}} = \frac{3}{\sqrt{5}-3} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+3} = \frac{3(\sqrt{5}+3)}{5-9} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-3)}{5-9} =$$
$$\frac{3\sqrt{5}+9}{-4} + \frac{5-3\sqrt{5}}{-4} = \frac{3\sqrt{5}+9+5-3\sqrt{5}}{-4} = -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2}$$

Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι καθηγητές

Νίκου Δημήτρης

Παλτσόκας Παναγιώτης

Παπαθανασίου Νίκος

Χωνιανάκης Αντώνης