

**ΘΕΜΑΤΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ: ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ**

**ΘΕΜΑ Α**

1. Να διατυπώσετε τον ορισμό του πολλαπλασιασμού αριθμού με διάνυσμα .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

2. Αν θεωρήσουμε τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  ,  $B(x_2, y_2)$  του καρτεσιανού επιπέδου τότε να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ΑΒ είναι  $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος:

a.  $\vec{a} \nearrow \nearrow \vec{\beta} \Leftrightarrow |\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$

b.  $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{\beta}$

c. Αν  $\vec{a}, \vec{\beta}$  μη συγγραμμικά :  $\kappa\vec{a} + \lambda\vec{\beta} = \vec{0} \Leftrightarrow \kappa = \lambda = 0$

d.  $\vec{\alpha}(\vec{\beta}\vec{\gamma}) = (\vec{\alpha}\vec{\beta})\vec{\gamma}$

e.  $\vec{\gamma}\vec{\alpha} = \vec{\gamma}\vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\gamma} \perp (\vec{\alpha} - \vec{\beta})$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

**ΘΕΜΑ Β**

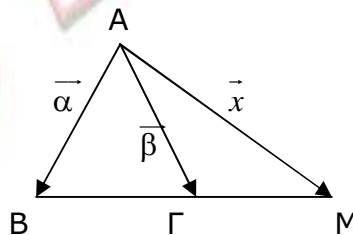
1. Δίνονται τα σταθερά σημεία Α, Β, Γ, Δ και τυχαίο σημείο Μ . Να δείξετε ότι για οποιοδήποτε σημείο Μ το διάνυσμα  $2\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MG} - 2\vec{MD}$  είναι σταθερό .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

2. Αν  $2\vec{AL} + 3\vec{BL} + 2\vec{ML} = \vec{AK} + \vec{AM} + \vec{BK}$  να αποδείξετε ότι  $\vec{KL} \nearrow \swarrow \vec{ML}$  .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

3. Στο παρακάτω σχήμα είναι  $\frac{BM}{MG} = \frac{3}{2}$  . Να γράψετε το διάνυσμα  $\vec{x}$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{a}, \vec{\beta}$  .



**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

**ΘΕΜΑ Γ**

1. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = \vec{OA} = (x, 8)$  και  $\vec{\beta} = \vec{OB} = (2, x)$ , όπου Ο η αρχή των αξόνων.

α. Να βρείτε το  $x \in \mathbb{R}$ , ώστε τα διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  να είναι αντίρροπα.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

β. Για  $x = 6$

i) να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Μ, αν γνωρίζετε ότι:

$$\overline{AM} = \frac{|\vec{\alpha}|}{5} \vec{\alpha} - 6\vec{\beta}$$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

ii) να βρείτε τις συντεταγμένες του συμμετρικού σημείου του M ως προς το B.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

2. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  για τα οποία ισχύουν  $\vec{\alpha} = (|\vec{\beta}|, 2\sqrt{2})$  και  $\vec{\beta} = (|\vec{\alpha}| - 4, 0)$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

1. Σε τρίγωνο ABΓ είναι  $\overline{AB} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  και  $\overline{AG} = -3\vec{\beta}$ , όπου  $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$  και η γωνία των  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι  $\frac{2\pi}{3}$ .

α. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις  $\vec{\alpha}\vec{\beta}$ ,  $(4\vec{\beta} + 2\vec{\alpha})^2$  και  $(\vec{\alpha} - \vec{\beta})^2$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

β. Αν M το μέσο της πλευράς BΓ να εκφράσετε τα διανύσματα  $\overline{AM}$  και  $\overline{BG}$  συναρτήσει των  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

γ. Να βρείτε την γωνία των διανυσμάτων  $\overline{AM}$  και  $\overline{BG}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

2. Αν για τα μη-μηδενικά διανύσματα  $\vec{v}, \vec{u}$  ισχύουν οι σχέσεις  $\text{προβ}_{\vec{u}} \vec{v} = 2\vec{u}$  και  $\text{προβ}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{1}{8}\vec{v}$ :

α. Να δείξετε ότι  $\vec{v}\vec{u} = 2\vec{u}^2$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

β. Να βρείτε τον λόγο  $\frac{|\vec{v}|}{|\vec{u}|}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Καλή επιτυχία!!!**

**ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ:**

**ΙΜΠΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ  
ΛΥΖΑΡΔΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΑ  
ΝΤΑΚΑΡΗΣ ΔΙΑΜΑΝΤΗΣ  
ΝΤΑΝΤΙΝΟΣ ΓΙΩΡΓΟΣ**