

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ: ΌΡΙΟ - ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
4/11/2018
ΘΕΡΙΝΑ ΤΜΗΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το Θεώρημα Ενδιαμέσων Τιμών. μονάδες 7
- A2.** Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής. μονάδες 3
- A3.** Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[α,β]$. μονάδες 3
- A4.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή(Σ) ή λάθος(Λ) καθεμιά από τις παρακάτω
- α) Αν μια συνάρτηση είναι 1-1 και συνεχής, τότε είναι σίγουρα και γνησίως μονότονη.
β) Η σύνθεση δύο συνεχών συναρτήσεων, ορισμένων στο \mathbb{R} , είναι συνεχής συνάρτηση.
γ) Οι συναρτήσεις $f(x) = 4 \ln x$ και $g(x) = \ln x^4$ είναι ίσες.
δ) Αν f και g , έχουν πεδία ορισμού τα A και B αντίστοιχα, τότε το πεδίο ορισμού της $f+g$ είναι το $A \cap B$, εφόσον υπάρχει.
ε) Αν f και g είναι συναρτήσεις ορισμένες στο \mathbb{R} , τότε $g \circ f = f \circ g$. μονάδες 10
- A5.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα ε του A4. μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

- Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln x - 3$ και $g(x) = xe^x$.
- B1.** Να αποδείξετε ότι $(f \circ g)(x) = \ln x + x - 3$, $x > 0$. μονάδες 6
- B2.** Να βρεθεί η μονοτονία της $f \circ g$, και έπειτα να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(f \circ g)(x) = 0$, έχει ακριβώς μια ρίζα στο διάστημα $(1, e)$. μονάδες 8
- B3.** Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(f \circ g)(x)}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(f \circ g)(x)}$ μονάδες 7
- B4.** Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x)$ μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(3,-1)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.

μονάδες 3

Γ2. Να λυθεί η εξίσωση $f(f^{-1}(1-x^2)-2)=2$.

μονάδες 8

Γ3. Να βρεθεί η μονοτονία της f^{-1} .

μονάδες 6

Γ4. Να λυθεί η ανίσωση $f^{-1}(f(\ln x)-3)-3 < 0$.

μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η γνησίως φθίνουσα συνάρτηση $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ και γνωρίζουμε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(\ln 2, \ln 3)$.

Έστω επίσης η συνάρτηση $f(x) = g(x) - e^x$ για κάθε $x > 0$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.

μονάδες 2

Δ2. Να λύσετε την ανίσωση: $g(\ln x) - x > \ln 3 - 2$.

μονάδες 5

Δ3. Αν $g(x) = \ln(e^x + 1) - \ln(e^x - 1)$ να βρεθεί η g^{-1} .

μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$,

και στη συνέχεια το σύνολο τιμών της f για $x > 0$.

μονάδες 2+4

Δ5. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση: $f(g^{-1}(x)) = 0$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα για $x \in (1, 2)$.

μονάδες 6

Καλή επιτυχία!!!

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΤΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ:

**ΚΑΨΑΛΙΑΡΗΣ ΣΤΕΛΙΟΣ
ΝΙΚΟΥ ΔΗΜΗΤΡΗΣ
ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΝΙΚΟΣ
ΣΙΤΑΡΙΔΗΣ ΣΠΥΡΟΣ**



Φροντιστήρια
ΣΥΣΤΗΜΑ

ΚΕΝΤΡΟ Αγίας Σοφίας 39 2310.244.444

ΝΤΕΠΩ Β. Όλγας 168 2310.428.400

ΕΥΟΣΜΟΣ Μ.Αλεξάνδρου 45 2310.770.360

ΣΥΣΤΗΜΑ