

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Γ ΛΥΚΕΙΟΥ (ΘΕΡΙΝΑ)
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 3 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2019

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω πολυώνυμο $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x_{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ και $x_0 \in \mathbb{R}$.

Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$.

μονάδες 6

A2. 1) Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι «1-1»;

2) Να διατυπώσετε το θεώρημα Bolzano.

3) Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ;

μονάδες 3,3,3

A3. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

1) Ισχύει $|\eta\mu x| < |x|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$.

2) Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία, τότε η f δεν αντιστρέφεται.

3) Αν f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $f(\alpha)f(\beta) > 0$, τότε η f δεν έχει ρίζα στο (α, β) .

4) Αν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ δεν υπάρχουν, τότε δεν υπάρχει και το $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$

5) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι συνεχείς στο x_0 τότε και η συνάρτηση $f \circ g$ είναι συνεχής στο x_0 .

μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2 + \sqrt{e^x - 1}$ και $g(x) = \ln(x - 2)$

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να δείξετε ότι η f είναι «1-1» στο πεδίο ορισμού της.

μονάδες 1,3

B2. Να ορίσετε την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} της f και στη συνέχεια να βρείτε το σημείο στο οποίο η γραφική παράσταση της f^{-1} τέμνει τον $x'x$.

μονάδες 3,2

- B3.** Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$ και να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της $f \circ g$ βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y=3$.

μονάδες 6,2

- B4.** Να υπολογίσετε τα όρια της συνάρτησης g , στα άκρα του πεδίου ορισμού της.

μονάδες 4,4

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται $f: R \rightarrow R$ για την οποία ισχύει η σχέση $2f(x) + f(-x) = x + e^{-x} + 2e^x$, για κάθε $x \in R$

- Γ1.** Να αποδείξετε ότι $f(x) = e^x + x$

μονάδες 6

- Γ2.** Να λυθεί η ανίσωση $e^{x^4} - e^{2x^2} \geq x^2(2 - x^2)$

μονάδες 6

- Γ3.** Να λυθεί η εξίσωση $\ln \frac{x}{e} = e^{1-x} - 2x$

μονάδες 6

- Γ4.** Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f , τέμνει την ευθεία $\varepsilon: y=6x - 1$, σε τουλάχιστον ένα σημείο με τετμημένη στο $(-1,1)$.

μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ συνεχής, για την οποία ισχύει η σχέση

$$f^3(x) + 2f(x) = 12e^x, \text{ για κάθε } x \in R.$$

- Δ1.** Να βρείτε το σημείο τομής της C_f με τον άξονα $y'y$.

μονάδες 4

- Δ2.** Να αποδείξετε ότι $f(x) > 0$, για κάθε $x \in R$

μονάδες 4

- Δ3.** Να αποδείξετε η f είναι 1-1 και να λύσετε την εξίσωση $6e^{|x|-3} = f(|x|-3) + 4$

μονάδες 4,4

Δ4. Να υπολογίσετε τα όρια: 1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-f(2019)x^3 + 4x^2 - 6}{1 + [\eta\mu f(2020) + f(2020)]x^2}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f(x)+2} - \sigma\upsilon\nu[f(x)-2] - 1}{f^2(x) - 4}$

μονάδες 4,5

ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ!!!

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:
Καψαλιάρης Στέλιος
Σιταρίδης Σπύρος