

Διαγώνισμα Μαθηματικών Β' Λυκείου

8 Μαρτίου 2020

Θέμα Α

A1. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$

(Μονάδες 5)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + 8x^2 + 5$ έχει τουλάχιστον μία θετική ρίζα.
- ii. Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.
- iii. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.
- iv. Αν τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ έχουν για ρίζα το ρ , τότε και το πολυώνυμο $P(x) + Q(x)$ έχει ρίζα το ρ .
- v. Αν για το σταθερό πολυώνυμο $P(x)$, ισχύει $P(2) = 3$, τότε $P(-2) = -3$.
- vi. Για κάθε $\lambda \neq 0$ οι ευθείες με εξισώσεις $y = \frac{1}{|\lambda|}x$ και $y = -\lambda x$ είναι κάθετες.
- vii. Στην ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης. Τότε ισχύει $B = 0$.
- viii. Οι ευθείες $2x + y = 1$ και $x - 2y = 1$ τέμνονται.
- ix. Αν $A \neq B$, τότε η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει πάντοτε ευθεία
- x. Το διάνυσμα $\vec{\eta} = (-3, 2)$ είναι παράλληλο στην ευθεία $2x + 3y + 5 = 0$

(Μονάδες 20)

Θέμα Β

B1. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = ax^2 + 2x + a^2 - 5$ και $Q(x) = x^2 + (\beta^2 + 1)x - 4\beta$

- Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ για τις οποίες τα πολυώνυμα είναι ίσα
- Να εξετάσετε αν υπάρχουν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, για τις οποίες το άθροισμα $P(x) + Q(x)$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο
- Για $\alpha=1$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) + x^4 + 3x^3 + 2 = 5x$

(Μονάδες 15)

B2.

Ναλυθεί η εξίσωση : $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1$

(Μονάδες 10)

Θέμα Γ

Γ1 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x^3 + ax^2 - 13x + \beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη -1 και διέρχεται από το σημείο $A(2, -24)$.

- Να βρεθούν τα α, β
(Μονάδες 6)
- Για $a = -4$ και $\beta = -6$:
 - Να βρεθούν όλα τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$
(Μονάδες 6)
 - Να βρεθούν τα διαστήματα του x , στα οποία η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον άξονα $x'x$.
(Μονάδες 6)

Γ2.

Δίνεται πολυώνυμο $P(x)$ του οποίου το υπόλοιπο της διαίρεσης με το $x+1$ είναι -4 και το υπόλοιπο της διαίρεσης με το $x-2$ είναι -1 . Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x+1)(x-2)$.

(Μονάδες 7)

Θέμα Δ

Δίνονται τα σημεία $A(1,2)$, $B(-1,0)$ και $\Gamma(3,-2)$.

- i. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ ορίζουν τρίγωνο
(Μονάδες 5)
- ii. Να βρείτε τις εξισώσεις των υψών του $B\Delta$ και ΓE
(Μονάδες 6)
- iii. Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του ορθόκεντρου είναι $H\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ και να υπολογίσετε την απόσταση του H από την πλευρά $A\Gamma$
(Μονάδες 6)
- iv. Να βρείτε σημείο M της ευθείας $E\Gamma$ ώστε $(A\Gamma M) = (A\Gamma B)$
(Μονάδες 8)

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Καψαλιάρης Στέλιος

Κοντογιάννης Στέργιος

Τζιώρτζης Μιχάλης

Χωνιανάκης Αντώνης

Καλή Επιτυχία!!!!