

Διαγώνισμα Μαθηματικών Β' Λυκείου

4 Νοεμβρίου 2018

Θέμα Α

A₁. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο στο $x_0 \in A$;

(Μονάδες 5)

A₂. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A λέγεται περιττή, και ποιο είδος συμμετρίας έχει η γραφική της παράσταση;

(Μονάδες 5)

A₃. Δίνονται δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ του καρτεσιανού επιπέδου. Αν (x, y) συντεταγμένες του μέσου M του AB , να αποδείξετε ότι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

(Μονάδες 5)

A₄. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Η συνάρτηση $f(x) = -2x + 7$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .

ii. Αν για μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A ισχύει ότι για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ με $x_1 > x_2$ και $f(x_1) < f(x_2)$, τότε η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα.

iii. Ισχύει ότι $\det(\vec{a}, 2\vec{a}) = 2$

iv. Αν $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$ τότε $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$

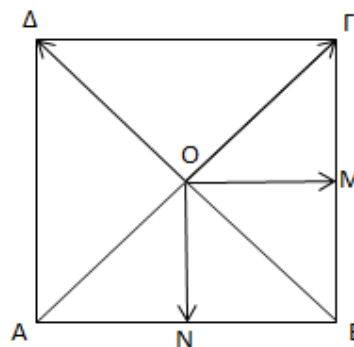
v. Αν $A(x_A, y_A)$ και $B(x_B, y_B)$, τότε οι συντεταγμένες του διανύσματος \overline{AB} είναι $\overline{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

Β₁. Στο τετράγωνο του διπλανού σχήματος δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{ΟΓ} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{ΟΔ} = \vec{\beta}$ και Μ, Ν μέσα των ΒΓ και ΑΒ αντίστοιχα.

i. Να αντιστοιχίσετε κάθε διάνυσμα της 1^{ης} στήλης με το ίσο του στη 2^η στήλη.



i. $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$	α) $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$
ii. $\overrightarrow{ΑΔ}$	β) $\vec{\beta} - \vec{\alpha}$
iii. $\overrightarrow{ΟΜ}$	γ) $\frac{\vec{\alpha} - \vec{\beta}}{2}$
iv. $\overrightarrow{ΟΝ}$	δ) $\frac{\vec{\beta} - \vec{\alpha}}{2}$
v. $\overrightarrow{ΟΜ} + \overrightarrow{ΟΝ} + \overrightarrow{ΟΔ}$	ε) $\frac{-\vec{\alpha} - \vec{\beta}}{2}$
	στ) $\vec{0}$
	ζ) $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

(Μονάδες 10)

ii. Να υπολογίσετε τις γωνίες από το παραπάνω σχήμα:

- | | |
|---|---|
| α) $(\overrightarrow{ΑΔ}, \overrightarrow{\Delta\Gamma})$ | δ) $(\overrightarrow{\Gamma Α}, \overrightarrow{\Delta\Gamma})$ |
| β) $(\overrightarrow{\Delta\Gamma}, \overrightarrow{ΑΒ})$ | ε) $(\overrightarrow{ΟΒ}, \overrightarrow{ΟΑ})$ |
| γ) $(\overrightarrow{ΑΔ}, \overrightarrow{\Gamma Β})$ | στ) $(\overrightarrow{ΒΔ}, \overrightarrow{\Gamma\Gamma})$ |

(Μονάδες 9)

Β₂: Έστω τα σημεία Ο, Α, Β, Γ με Α, Β, Γ διαφορετικά μεταξύ τους και τα διανύσματα

$$\begin{aligned}\overrightarrow{ΟΑ} &= \vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}, \\ \overrightarrow{ΟΒ} &= 5\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 4\vec{\gamma}, \\ \overrightarrow{ΟΓ} &= 13\vec{\alpha} + 7\vec{\beta} + 10\vec{\gamma}.\end{aligned}$$

Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 6)

Θέμα Γ

Γ1. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{x-5}{2} + \frac{y+1}{4} + \frac{1}{2} = 0 \\ \frac{x+1}{3} - \frac{y+5}{2} = 1 \end{cases}$$

(Μονάδες 6)

Γ2. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x, y για τους οποίους ισχύει:

$$(y-x)^2 + (8-x^2-y^2)^2 = 0$$

(Μονάδες 7)

Γ3. Δίνεται το σύστημα

$$\begin{cases} (\lambda-2)x + 5y = 5 \\ x + (\lambda+2)y = 5 \end{cases}$$

- i. Να βρεθούν τα $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα να έχει μία μοναδική λύση.
- ii. Να βρεθεί η μοναδική λύση (x_0, y_0) .
- iii. Αν ισχύει $x_0^2 + y_0^2 = 50$ να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 4+4+4)**Θέμα Δ**

Δίνονται τα διανύσματα $\overline{AB} = (-3, 4)$ και $\overline{\Gamma\Delta} = (\lambda^2 - 7, \kappa^2 - \kappa - 2)$, $\kappa, \lambda > 0$, το

σημείο Β με συντεταγμένες $(-1, 2)$ και Μ το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ.

- i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α
- ii. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος \overline{MB}
- iii. Αν το διάνυσμα $\overline{\Gamma\Delta}$ είναι το μηδενικό διάνυσμα, να αποδείξετε ότι $(\kappa + \lambda)^2 = 11 + 4\sqrt{7}$.
- iv. Αν ισχύει $\overline{AB} + \overline{AM} = \overline{\Gamma\Delta} + \overline{MB}$ να υπολογίσετε τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ .
- v. Να βρείτε σημείο Ε του άξονα $\chi\chi'$ ώστε τα σημεία Α, Β, Ε να είναι συνευθειακά

(Μονάδες 5)**(Μονάδες 5)****(Μονάδες 5)****(Μονάδες 5)****(Μονάδες 5)**



Φροντιστήρια

ΣΥΣΤΗΜΑ

ΚΕΝΤΡΟ

ΝΤΕΠΩ

ΕΥΟΣΜΟΣ

Αγίας Σοφίας 39 2310.244.444

Β. Όλγας 168 2310.428.400

Μ.Αλεξάνδρου 45 2310.770.360

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Καμπερίδης Χαράλαμπος

Καψαλιάρης Στέλιος

Σιταρίδης Σπύρος

Χωνιανάκης Αντώνης

Καλή Επιτυχία!!!!

ΣΥΣΤΗΜΑ