

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
3 - 3 - 2019

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω Oxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και (ε) μία ευθεία του επιπέδου με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$. Να αποδείξετε ότι:

α) Η ευθεία (ε) είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.

β) Η ευθεία (ε) είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, B)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4+3

A2. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

1. Η απόσταση του σημείου $A(3,4)$ από την ευθεία $(\varepsilon): x - y + 3 = 0$ είναι

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Γ. $\sqrt{2}$ Δ. 1

2. Αν $\sin x = 0$, τότε

A. $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ Γ. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ Δ. $x = 2k\pi \pm \pi, k \in \mathbb{Z}$

3. Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(-2, 4)$ και $B(-4, 8)$ είναι

A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ Γ. $-\frac{2}{3}$ Δ. -2

4. Το πολυώνυμο $P(x) = (2x+3)^4 + x^5$ έχει παράγοντα το πολυώνυμο

A. $x+3$ B. $x+2$ Γ. $x+1$ Δ. κανένα από τα προηγούμενα

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

A3. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

1. Κάθε εξίσωση της μορφής $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.

2. Η εξίσωση $\sin 2x = \sqrt{2}$ έχει μοναδική λύση στο $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

3. Οι ευθείες $(\varepsilon_1): x + 2019 = 0$ και $(\varepsilon_2): y + 2019 = 0$ είναι κάθετες μεταξύ τους.

4. Το σταθερό πολυώνυμο c έχει τιμή c για όλες τις τιμές του x .

5. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ Β

Έστω τα σημεία $A(0,2)$, $B(-2,3)$ και $\Gamma(1,-2)$.

B1. Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας (ϵ_1) η οποία διέρχεται από τα σημεία A και B είναι $x + 2y - 4 = 0$. Στη συνέχεια να βρείτε το σημείο στο οποίο η (ϵ_1) τέμνει τον άξονα $x'x$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ_2) η οποία διέρχεται από το σημείο Γ και είναι παράλληλη προς την ευθεία (ϵ_1) του προηγούμενου ερωτήματος.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B3. Αν $(\epsilon_2): x + 2y + 3 = 0$ τότε:

α) Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών (ϵ_1) και (ϵ_2) .

β) Να βρείτε την μεσοπαράλληλη ευθεία (ϵ) των (ϵ_1) και (ϵ_2) .

ΜΟΝΑΔΕΣ 5+5

B4. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου AOB , όπου O η αρχή των αξόνων.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 - x^2 - 16x + \beta$, όπου α, β σταθεροί πραγματικοί αριθμοί.

Αν το $P(x)$ διαιρούμενο με το $x - 1$ αφήνει υπόλοιπο $P(3) - 144$ ενώ το $P(x)$ διαιρούμενο με το $x - 3$ αφήνει υπόλοιπο $96 - P(1)$, τότε:

Γ1. Να δείξετε ότι:

α) $P(1) = -24$ και $P(3) = 120$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

β) $\alpha = 4$ και $\beta = -12$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

γ) $P(5) \cdot P(-5) \cdot P(7) \neq 0$

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

Γ2. Για $\alpha = 4$ και $\beta = -12$

α) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της $f(x) = x^4 + 4x^3 - x^2$ βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = 16x + 12$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $(\epsilon_1): x + ay - 1 = 0$ και $(\epsilon_2): 2x + by + \alpha = 0$, με $\alpha \cdot \beta \neq 0$, οι οποίες απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με $\frac{1}{2}$.

Δ1. Να βρείτε τις τιμές των α, β .

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

Αν $\alpha = -\frac{3}{4}$ και $\beta = -\frac{3}{2}$ τότε:

Δ2. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς τις $(\epsilon_1), (\epsilon_2)$ και σχηματίζουν με τους άξονες x' και y' τρίγωνο με εμβαδόν ίσο με $\frac{1}{6}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Δ3. Να βρείτε το σημείο P της ευθείας (ϵ_1) που βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Δ4. Να δείξετε ότι η ευθεία $(\zeta): (7 - 3\sin\theta) \cdot x - (3\eta\mu\theta) \cdot y = 0$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ δεν είναι παράλληλη με την ευθεία (ϵ_1) για κάθε $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Καμπερίδης Χαράλαμπος

Καψαλιάρης Στέλιος

Σιταρίδης Σπύρος

Χωνιανάκης Αντώνης