

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ
3 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2020

ΘΕΜΑ Α

- A1. Έστω συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A . Πότε η f λέγεται περιοδική με περίοδο T ;
ΜΟΝΑΔΕΣ 4
- A2. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$;
ΜΟΝΑΔΕΣ 4
- A3. Έστω διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \notin y'y$ με συντελεστές λ_1, λ_2 αντίστοιχα.
Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.
ΜΟΝΑΔΕΣ 7
- A4. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) σωστό ή (Λ) λάθος τις παρακάτω προτάσεις:
1. Η παράσταση $A = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x \cdot \epsilon\phi x \cdot \sigma\phi x$ όπου $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ είναι αρνητική.
2. Η περίοδος της συνάρτησης $f(x) = 2020 - \eta\mu\left(\frac{\pi x}{5}\right)$ είναι 10.
3. Τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, -3)$ και $\vec{\beta} = (3, 2)$ είναι κάθετα μεταξύ τους.
4. Αν $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})} > \frac{\pi}{2}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} < 0$.
5. Μία ευθεία κάθετη στον άξονα $x'x$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 0$.
ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(-5,3)$ και η ευθεία $(\epsilon): y = -7x + 3$.

- B1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ_1) η οποία διέρχεται από το A και είναι παράλληλη προς την (ϵ) . Σε ποιο σημείο τέμνει η (ζ_1) τον άξονα $y'y$;
ΜΟΝΑΔΕΣ 6
- B2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ_2) η οποία διέρχεται από τα σημεία A και B και να δείξετε ότι οι (ζ_2) και (ϵ) είναι κάθετες μεταξύ τους.
ΜΟΝΑΔΕΣ 6

B3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ_3) η οποία διέρχεται από το Β και σχηματίζει γωνία $\frac{\pi}{4}$ με τον άξονα $x'x$. Σε ποιο σημείο τέμνει η (ζ_2) τον άξονα $x'x$;

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

B4. Αν $\Gamma(-5, x)$ να βρείτε τον $x \in \mathbb{R}$ ώστε $\overline{ΓΑ} \perp \overline{ΓΒ}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ και η συνάρτηση $f(x) = \alpha + \beta \eta\mu \frac{x}{2}$ με $\beta < 0$. Αν η f έχει μέγιστο το 5 και ελάχιστο το -1 τότε:

Γ1. Να δείξετε ότι $f(x) = 2 - 3\eta\mu \frac{x}{2}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ2. Να δείξετε ότι $\frac{\varepsilon\varphi(3\pi + \theta) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cdot \eta\mu(\pi - \theta)}{\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(\theta - 4\pi) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)} = f(\pi)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -1$, με $x \in (2\pi, 6\pi)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ4. Αν $\varepsilon\varphi\theta = f(2\pi)$ να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu\theta$ και το $\eta\mu\theta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΘΕΜΑ Δ

Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 1$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 120^\circ$ και $\vec{\gamma} = \frac{1}{2}\vec{\alpha} + \frac{1}{2}\vec{\beta}$.

Δ1. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$ και να δείξετε ότι $\vec{\beta} \perp \vec{\gamma}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4+4

Δ2. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε για το διάνυσμα $\vec{x} = -\frac{1}{2}\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}$ να ισχύει ότι $\vec{\alpha} \perp (\vec{x} - 3\vec{\beta})$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Αν επιπλέον είναι $\vec{x} = -\frac{1}{2}\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ τότε:

Δ3. Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων \vec{x} και \vec{a} .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Δ4. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος \vec{v} , ώστε να σχηματίζει γωνία 120° με τον άξονα $x'x$ και να έχει μέτρο τριπλάσιο του $|\vec{x}|$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

ΚΑΛΗ ΧΡΟΝΙΑ!

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Καφαλιάρης Στέλιος
Κοντογιάννης Στέργιος
Τζιώρτζης Μιχάλης
Χωνιανάκης Αντώνης