

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ-ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ
20-12-2015

ΘΕΜΑ Α

1. Πότε μια συνάρτηση ονομάζεται περιοδική; **Μονάδες 4**
2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A είναι άρτια; **Μονάδες 4**
3. Να αποδείξετε ότι αν για τη γωνία ω ισχύει $\sin \omega \neq 0$, τότε $\sin^2 \omega = \frac{1}{1 + \varepsilon \varphi^2 \omega}$. **Μονάδες 7**
4. Να χαρακτηρίσετε με (Σ)ωστό ή (Λ)άθος τις παρακάτω προτάσεις:
 - i. Αν η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ , τότε η συνάρτηση $g(x) = -f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .
 - ii. Αν η συνάρτηση $f : [a, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ είναι γνησίως φθίνουσα, τότε έχει ελάχιστη τιμή $f(a)$ και μέγιστη τιμή $f(\beta)$.
 - iii. Αν ισχύει $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ τότε $|\eta \mu \omega \cdot \sigma \nu \omega| = \eta \mu \omega \cdot \sigma \nu \omega$.
 - iv. Αν A, B, Γ γωνίες τριγώνου, τότε $\eta \mu^2 \frac{A+B}{2} + \eta \mu^2 \frac{\Gamma}{2} = 1$.
 - v. Αν $\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \pi$ τότε $\eta \mu \alpha > \eta \mu \beta$.**Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Β

Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $[-3, 3]$ η οποία είναι περιττή και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-3, 3]$.

1. Αν είναι $f(-2) = 10$ να υπολογίσετε το $f(2)$. **Μονάδες 5**
2. Αν η f παρουσιάζει μέγιστο στο $x = -3$, το $f(-3) = 30$ να δείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο για $x = 3$ και να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της. **Μονάδες 7**
3. Να λυθεί η ανίσωση $f(|x|) < f(2)$. **Μονάδες 5**
4. Αν η $f(x) = -x^3 - x$ να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης g που προκύπτει από μετατόπιση της C_f κατά 2 μονάδες αριστερά και 3 μονάδες πάνω. **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ Γ

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu(11\pi - 3x) - \sigma\upsilon\nu\left(3\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)\right) + \beta$ διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{35\pi}{18}, 2\right)$.

1. Να απλοποιήσετε τον τύπο της f .

Μονάδες 7

2. Να βρείτε τον αριθμό β .

Μονάδες 6

3. Αν είναι $f(x) = 2\eta\mu 3x + 3$ να βρείτε την περίοδο T , τη μέγιστη τιμή M , την ελάχιστη τιμή της f και να ελέγξετε αν είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 7

4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f για $0 \leq x \leq 2\pi$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

1. Για την γωνία ω ισχύει ότι $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega + A\eta\mu\omega = \frac{B}{2}$ (1).

α. Αν $A = \frac{\eta\mu^6\theta + \sigma\upsilon\nu^6\theta - 1}{\eta\mu^2\theta \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta}$ και $B = \sigma\upsilon\nu^2\theta \left[(1 + \varepsilon\phi\theta)^2 + (1 - \varepsilon\phi\theta)^2 \right]$ να αποδείξετε ότι οι παραστάσεις A και B για τις τιμές του θ που ορίζονται ότι είναι ανεξάρτητες του θ .

Μονάδες 8

β. Αν $A = -3$ και $B = 2$ να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

Μονάδες 7

2. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με την γωνία A ορθή, να αποδείξετε ότι :

$$\frac{\varepsilon\phi(180^\circ - \hat{A} - \hat{\Gamma})}{\varepsilon\phi\Gamma} = \frac{\eta\mu^2 B}{\eta\mu^2(180^\circ - \hat{B} - \hat{A})}$$

Μονάδες 10

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΤΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ:

ΊΜΠΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ

ΝΙΚΟΥ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

ΠΑΛΤΣΟΚΑΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΝΙΚΟΣ

ΧΩΝΙΑΝΑΚΗΣ ΑΝΤΩΝΗΣ