

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ
Πολυώνυμα/Εκθετική Συνάρτηση/Λογάριθμοι
10/4/2016

ΘΕΜΑ 1^ο

1.Α) Να αποδείξετε ότι αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$

(Μονάδες 5)

1.Β) Να εξετάσετε ποιοι από τους ισχυρισμούς που ακολουθούν είναι σωστοί (Σ) και ποιοι λανθασμένοι (Λ)

- i. Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ είναι γνησίως άξουσα.
- ii. Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$.
- iii. Αν $x > 1$ τότε ισχύει $\ln x > 0$.
- iv. Η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$ είναι εκθετική αν $\alpha > 0$.
- v. Ισχύει η ισοδυναμία $\ln x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

(Μονάδες 10)

1.Γ) Να αντιστοιχίσετε τις εξισώσεις της στήλης Α με τις λύσεις τους στη στήλη Β.

	Στήλη Α		Στήλη Β
1.	$e^{4\ln\sqrt{2}}$	A.	16
2.	$100^{\log 4}$	B.	8
3.	$4^{3\log_4 2}$	Γ.	4
4.	$1000^{\log \sqrt[3]{7}}$	Δ.	49
5.	$e^{2(\ln 49 - \ln 7)}$	Ε.	7

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

2.Α)

- i. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $A = \frac{\ln 25 - \log 9}{\ln \sqrt{5} - \log \sqrt{3}}$
- ii. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $B = \frac{\ln \sqrt[3]{9} + \ln \sqrt[3]{4} - \ln \sqrt[3]{25}}{\ln 6 - \ln 5}$

(Μονάδες 6)

2.Β) Αν ισχύει $\ln(\ln \beta) - \ln(\ln \alpha) = \ln 2$, με $\alpha, \beta > 1$, να αποδείξετε ότι ισχύει $\beta = \alpha^2$

(Μονάδες 9)

2.Γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ είναι 1-1.

(Μονάδες 5)

2.Δ) Να λυθεί η ανίσωση $\log(x^2 + 2) - \log(3x + 12) \geq 0$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3^ο

3.Α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 2)$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) + x = 3\ln 2$.

(Μονάδες 10)

3.Β) Να λυθεί η εξίσωση $x^{\ln x} = e\sqrt{x^3}$, $x > 0$

(Μονάδες 7)

3.Γ) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 + \lambda x + 4 - \lambda$

- Να αποδείξετε ότι $\sqrt{e^{-\ln 9}} = 3$
- Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x + \sqrt{e^{-\ln 9}}$ να βρείτε την τιμή του λ

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο

4.Α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot 2^x - 7$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, 3)$.

- Να αποδείξετε ότι $\alpha = 5$
- Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $y'y$.
- Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}

(Μονάδες 12)

4.Β) Δίνεται η εκθετική συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{4}{9} (\log a^3)^2 + \log a^3 \right)^x$, με $a > 0$.

i. Να βρείτε για ποιές τιμές του a η f είναι γνησίως αύξουσα.

ii. Έστω ότι $\alpha = \frac{\log(\ln e) + 4 \log \sqrt{10} - (\log 1000)^2}{\ln e^3 + 7 \log \frac{1}{10} + \log 0,001} + \log 10^9$. Να δείξετε ότι $\alpha = 10$ και να

απλοποιήσετε τον τύπο της $f(x)$

iii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 13)

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Ίμπος Χρήστος

Νίκου Δημήτρης

Παλτσόκας Παναγιώτης

Παπαθανασίου Νίκος

Χωνιανάκης Αντώνης

Καλή Επιτυχία !!!