

Άλγεβρα Α' Λυκείου

Εξεταζόμενη Ύλη: Οι πράξεις και ιδιότητες τους – Διάταξη
Πραγματικών Αριθμών – Απολυτή τιμή Πραγματικών Αριθμών
Ημερομηνία: 23 Οκτωβρίου 2016

Θέμα Α:

A₁. Να αποδείξετε ότι για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει:

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

(Μονάδες 5)

A₂. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

i. Αν ο αριθμός ν είναι περιττός, τότε η παράσταση $(-1)^ν \alpha + (-1)^{ν+1} \beta$ είναι ίση:

α. $\alpha - \beta$

γ. $\beta - \alpha$

β. $-\alpha - \beta$

δ. $\alpha + \beta$

ii. Το μισό του αριθμού 6^6 είναι ίσο με:

α. 3^6

γ. $3 \cdot 6^5$

β. 6^3

δ. 3^3

iii. Η παράσταση $(\alpha^{-2} \cdot \beta^3)^{-1}$, όπου $\alpha, \beta \neq 0$ δεν είναι ίση με:

α. $\alpha^2 \cdot \beta^{-3}$

γ. $\frac{\beta^{-3}}{\alpha^{-2}}$

β. $\frac{\alpha^2}{\beta^3}$

δ. $\frac{\beta^3}{\alpha^2}$

iv. Σε πόσα μηδενικά τελειώνει ο αριθμός $\alpha = 25^4 \cdot 16^3$;

α. 4

γ. 7

β. 6

δ. 8

v. Η παράσταση $(x^{-4} y^3)^{-2}$ δεν είναι ίση με:

α. $\frac{y^{-6}}{x^{-8}}$

γ. $\frac{x^8}{y^6}$

β. $x^8 \cdot y^{-6}$

δ. $\frac{y^{-6}}{x^8}$

(Μονάδες 10)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και (Λ) αν είναι λανθασμένες.

α. Αν $\alpha, \beta < 0$ τότε ισχύει αν $\alpha > \beta \Rightarrow \alpha^2 < \beta^2$.

β. Αν α, β ομόσημοι τότε $\alpha\beta + \frac{\alpha}{\beta} > 0$.

γ. Ισχύει ότι $(-\alpha - \beta)(\alpha - \beta) = \beta^2 - \alpha^2$.

δ. Αν α, β αντίστροφοι τότε $\alpha + \beta = 0$.

ε. Ο αριθμός $2,3\bar{5}$ είναι ρητός.

(Μονάδες 10)

Θέμα Β:

B1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

α. $A = \frac{(-|-4| - |-2|)^2 \cdot |-5|}{|-4| \cdot |-2| + |-2|}$

(Μονάδες 8)

β. $B = |\pi - 4| - |\pi - 3| - |2\pi - 7|$

(Μονάδες 7)

B2. Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

A. $A = (-1)^{48} - 3^2 - (-2)^3 - (-3)^2$

(Μονάδες 5)

B. $B = \frac{(4^5)^3 \cdot 4^{-9}}{(4^5 \cdot 4^{-7})^{-2}}$

(Μονάδες 5)

Θέμα Γ:

Γ1. Να αποδείξετε την παρακάτω ταυτότητα:

$$x(x-3y)^2 - (x+y)^3 = -y(y-3x)^2$$

(Μονάδες 8)

Γ2. Αν $\alpha < \beta$ να δείξετε ότι:

$$3\alpha^3 + \alpha + 2 < 3\beta^3 + \beta + 2$$

(Μονάδες 8)

Γ3. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α και β , με $\alpha \neq -\beta$ και $\beta \neq 0$ ισχύει:

$$\frac{\alpha}{\beta} + 1 = \frac{4\alpha}{\alpha + \beta}$$

να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta$.

(Μονάδες 9)

Θέμα Δ:

Δ₁. Αν $\alpha - \beta = 2$ και $\alpha\beta = 3$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

(α) $\alpha^2 + \beta^2$ (β) $\alpha^3 - \beta^3$ (γ) $\alpha^4 + \beta^4$

(Μονάδες 8)

Δ₂. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς αριθμούς x και y ισχύει $3 \leq x \leq 5$ και $-2 \leq y \leq -1$ να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων:

A. $y - x$

Γ. $xy + 3x$

E. $x^3 - y^2$

B. $3x - 2y$

Δ. $x^2 + y^2$

(Μονάδες 10)

Δ₃. Αν $\alpha > 0$ και $\alpha \neq -\beta$, να συγκρίνετε τους επόμενους αριθμούς:

$\alpha^2\beta - \alpha^3$ και $\alpha\beta^2 + 3\alpha^2\beta$

(Μονάδες 7)

Καλή Επιτυχία!!!

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Δημήτρης Νίκου

Παναγιώτης Παλτσόκας

Νίκος Παπαθανασίου

Αντώνης Χωνιανάκης