

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

22-10-2017

ΥΛΗ: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΠΡΑΞΕΙΣ & ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΔΙΑΤΑΞΗ- ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

ΘΕΜΑ Α

1. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$.
2. Να χαρακτηρίσετε με Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος) τις παρακάτω προτάσεις :
 - i. Αν $\gamma > 0$, τότε: $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma > \beta\gamma$
 - ii. Για τους θετικούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισχύει: $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta \Rightarrow \alpha\gamma > \beta\delta$
 - iii. Αν $\alpha < \beta < 0$, τότε $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$
 - iv. Αν $\alpha > \beta > 0$, τότε $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$
 - v. Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\alpha^2 > \alpha$
3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά έτσι ώστε να ισχύουν οι παρακάτω ισότητες:
 - i. $(\beta + \alpha)(\dots + \alpha) = \alpha^2 - \beta^2$
 - ii. $\alpha^3 \dots + 3\alpha\beta^2 \dots = (\alpha - \beta)^3$
 - iii. $(\alpha - \beta)^2 + \dots = (\alpha + \beta)^2$
 - iv. $4x^4 - 2x^2 + \dots = (2x^2 \dots)^2$

Μονάδες 7,10,8

ΘΕΜΑ Β

1. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης $A = \frac{(xy^2)^3(x^2y^{-1})^{-1}}{(y^{-1})^{-7} : (-y)}$ για $x=2017$ και $y = -\frac{1}{2017}$
2. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $B = |2\pi - 6| + |9 - 3\pi| - |2\pi - 8|$
3. Αν $0 < \alpha < 1$, τότε:
 - i. Να αποδείξετε ότι $\alpha^3 < \alpha$
 - ii. Να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς $0, 1, \alpha, \frac{1}{\alpha}, \alpha^3$

Μονάδες 8,7,10

ΘΕΜΑ Γ

1. Αν $2 \leq x \leq 3$ και $1 \leq y \leq 2$, να βρείτε μεταξύ ποιών ορίων βρίσκεται η τιμή της καθεμίας από τις παρακάτω παραστάσεις:

- i. $x+y$
- ii. $2x-3y$
- iii. y/x

2. Να απλοποιηθεί η παρακάτω παράσταση $A = \frac{x^3 - 27}{x^2 - 49} \cdot \frac{x^2 - 7x}{x^2 - 3x}$, όπου $x \neq \pm 7, 0, 3$.

3. Έστω οι πραγματικοί αριθμοί α, β , με $\alpha > 0$ και $\beta > 0$. Να αποδείξετε ότι:

- i. $\alpha + \frac{4}{\alpha} \geq 4$
- ii. $\left(\alpha + \frac{4}{\alpha}\right)\left(\beta + \frac{4}{\beta}\right) \geq 16$

Μονάδες 9,6,10

ΘΕΜΑ Δ

1. Αν οι αριθμοί α, β είναι αντίθετοι και οι αριθμοί γ, δ είναι αντίστροφοι, να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = 1 - 2(\alpha - 1) - \gamma(3\delta - \beta) + \beta(-\gamma - 2)$$

2. Έστω οι πραγματικοί αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει: $\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} = \alpha - \beta - 1$

- i. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = -1$.
- ii. Να αποδείξετε ότι $\beta \leq \frac{2x}{x^2 + 1} \leq \alpha$. Πότε ισχύουν οι ισότητες;
- iii. Να αποδείξετε $\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{y}{y^2 + 1} \leq 1$

Μονάδες 7,8,5,5

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

**Νίκου Δημήτρης
Παλτσόκας Παναγιώτης
Παπαθανασίου Νίκος
Χωνιανάκης Αντώνης**