ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
Ύλη: Ανισώσεις – Πρόοδοι - Συναρτήσεις
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 11 Απριλίου 2018

ΘΕΜΑ Α

Α1. Πότε μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος;

(Μονάδες 5)

Α2. Τι ονομάζουμε συνάρτηση από ένα σύνολο Α σε ένα σύνολο Β;

(Μονάδες 5)

Α3. Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 - (\Delta + 2)x + S - 1 = 0$, όπου Δ η διακρίνουσά της και S το άθροισμα των ριζών της. Αν επιπλέον η παραπάνω εξίσωση έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες, να τη λύσετε.

(Μονάδες 5)

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι Σωστές και (Λ) αν είναι Λανθασμένες.

i. Το σημείο Μ(α,β) ανήκει στη γραφική παράσταση της f, αν και μόνο αν α = f(β).

ii. Ο ν – οστός όρος μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ είναι: $\alpha_\nu = \alpha_1 \cdot \lambda^\nu$.

iii. Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου όταν ισχύει: $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$.

iv. Ισχύει ότι $x^2 > 49 \Leftrightarrow x > \pm 7$.

v. Αν το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ έχει α > 0 και Δ < 0, τότε είναι αρνητικό για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & \alpha\nu\ x \le -2 \\ 4, & \alpha\nu\ -2 < x < 1 \\ 3 - x, & \alpha\nu\ x \ge 1 \end{cases}$$

Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 2)

Β. Να βρείτε τις τιμές:

α. $f(-2)$ β. $f(1)$ γ. $f(3)$ δ. $f(-\sqrt{2})$

ε. $f(f(0))$ στ. $f(f(-3))$ ζ. $f(f(6))$ η. $f(-1 - f(f(3)))$

(Μονάδες 8)

Β2. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x)=\frac{x^3+\lambda x^2+(\lambda-7)x-12}{x+3}$$

για την οποία ισχύει $f(1)+f(3)=2$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και τον αριθμό λ.

(Μονάδες 2 + 5)

Αν λ = 3,

β) να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης f

(Μονάδες 3)

γ) να λύσετε την ανίσωση $f(x)\le 4x-8$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται το τριώνυμο: $\lambda x^2-(\lambda^2+1)x+\lambda$, $\lambda\in\mathbb{R}-\{0\}$.

Α. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}-\{0\}$.

(Μονάδες 5)

Β. Για ποιες τιμές του λ το παραπάνω τριώνυμο έχει μια διπλή ρίζα;

(Μονάδες 3)

Γ. Να βρείτε τις τιμές του λ, ώστε:

$$\lambda x^2-(\lambda^2+1)x+\lambda\le 0 \text{ για κάθε } x\in\mathbb{R}$$

(Μονάδες 7)

Γ2. Σε μια αριθμητική πρόοδο α_ν ο 4ος όρος είναι −5, ενώ το άθροισμα του 7ου και του 11ου όρου είναι 20. Να βρείτε:

(i) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου,

(Μονάδες 5)

Για $\alpha_1=-14$ και $\omega=3$,

(ii) τον 10ο όρο της ακολουθίας

(Μονάδες 2)

(iii) το άθροισμα $S=\alpha_5+\alpha_6+\alpha_7+\alpha_8+\alpha_9+\alpha_{10}$.

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $(1+\alpha^2)x^2-(1+\alpha)x-1$, με παράμετρο $\alpha\in\mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha\in\mathbb{R}$ το τριώνυμο έχει δύο πραγματικές και ετερόσημες ρίζες.

(Μονάδες 8)

Δ2. Έστω x_1, x_2 με $x_1<x_2$, οι ρίζες του τριωνύμου.

(i) Να βρείτε τις τιμές του α, ώστε να ισχύει $x_1+x_2+x_1\cdot x_2\le\frac{2}{5}$.

(Μονάδες 5)

(ii) Να αποδείξετε ότι $-1 < x_1$ και $x_2 < 2$.

(Μονάδες 6)

(iii) Να βρείτε την τιμή του α καθώς και τις ρίζες x_1, x_2, αν ισχύει:
$|x_1 + 1| - |x_2 - 2| = -1$.

(Μονάδες 6)

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές :
Νίκου Δημήτρης
Παλτσόκας Παναγιώτης
Παπαθανασίου Νίκος
Χωνιανάκης Αντώνης