

Άλγεβρα Α' Λυκείου

Εξεταζόμενη Ύλη: Κεφάλαιο 3 – Κεφάλαιο 4

Ημερομηνία: 11 Φεβρουαρίου 2018

Θέματα

Θέμα Α

A1

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ($a \neq 0$) με την βοήθεια των τύπων Vieta, μετασχηματίζεται ως: $x^2 - Sx + P = 0$.

(Μονάδες 5)

- ii. Στην περίπτωση που η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , να αποδείξετε ότι:

- $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{a}$
- $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$

(Μονάδες 10)

A2 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και (Λ) αν είναι λανθασμένες.

- Η διακρίνουσα της εξίσωσης $ax^2 + \beta x = 0$ είναι $\Delta = \beta^2 - 4a$.
- Η εξίσωση $x^3 + 27 = 0$ είναι αδύνατη.
- Η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ με $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$ είναι αδύνατη.
- Η ανίσωση $0x \leq 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- Το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a \in \mathbb{R}^*$ και $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$, είναι πάντα θετικό, όταν η διακρίνουσα του Δ είναι μικρότερη του μηδενός.

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

B1 Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

i. $\frac{2x}{x-2} - \frac{3}{x} = \frac{x^2+4}{x^2-2x}$

ii. $2x^4 - 4 = 7x^2$

iii. $27x^2 - x^5 = 0$

(Μονάδες 15)

Β2 Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 1)x^2 + (\lambda - 1)x + 1 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$. Αν η εξίσωση έχει μία διπλή ρίζα, να βρείτε:

- i. Το λ
- ii. Τη διπλή ρίζα της.

(Μονάδες 10)

Θέμα Γ

Γ1 Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

- i. $2(x-1) \leq 3-x < 3(x+1)$
- ii. $8 - |2x-6| \leq \frac{|3-x|-4}{2}$
- iii. $x^2 - x < -2$

(Μονάδες 15)

Γ2 Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{2x^2 + 2x - 4}{x^2 - 1} \cdot \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 + 4x + 4}$

- i. Να βρεθεί για ποιες τιμές ορίζεται η παράσταση A
- ii. Να απλοποιηθεί η παράσταση A.

(Μονάδες 10)

Θέμα Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3\lambda x - 27 = 0$ (**1**) με $\lambda \in \mathbb{R}$.

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες, για κάθε τιμή της παραμέτρου λ .

(Μονάδες 3)

- ii. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να υπολογίσετε ως συνάρτηση του λ τις παραστάσεις:

- α) $x_1 + x_2$
- β) $x_1 \cdot x_2$
- γ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- δ) $(x_1 + 2)(x_2 + 2)$

(Μονάδες 12)

iii. Αν για τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης (1) ισχύει ότι η μία ισούται με το τετράγωνο της άλλης, τότε:

α) να βρείτε τις ρίζες και το λ της εξίσωσης (1).

(Μονάδες 5)

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες τις $\rho_1 = x_1 + 2$,
 $\rho_2 = x_2 + 2$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1)

(Μονάδες 5)

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές
Δημήτρης Νίκου
Παναγιώτης Παλτσόκας
Νίκος Παπαθανασίου
Αντώνης Χωνιανάκης