

**Διαγώνισμα Άλγεβρας Α' Λυκείου**  
**Εξεταζόμενη Ύλη: Εξισώσεις - Ανισώσεις**  
**Κυριακή 05 Φεβρουαρίου 2017**

**Θέμα Α**

**A<sub>1</sub>**. Να αναφέρετε πόσες και ποιές λύσεις έχει μια δευτεροβάθμια εξίσωση  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $\alpha \neq 0$ , ανάλογα με τις τιμές που παίρνει η Διακρίνουσά της.

**(Μονάδες 10)**

**A<sub>2</sub>**. Να αποδείξετε ότι η δευτεροβάθμια εξίσωση  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $\alpha \neq 0$  μετασχηματίζεται στη μορφή  $x^2 - Sx + P = 0$  με τη βοήθεια των τύπων Vieta.

**(Μονάδες 5)**

**A<sub>3</sub>**. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

- i. Αν  $x_1, x_2$  ρίζες της  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $\alpha \neq 0$  τότε  $x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{2\alpha}$ .
- ii. Η εξίσωση  $(\lambda - 1)x = \lambda + 1$  έχει μοναδική λύση  $x = \frac{\lambda + 1}{\lambda - 1}$  για κάθε  $\lambda \in \mathbf{R}$ .
- iii. Η ανίσωση  $|3x - 6| \leq 0$  έχει μοναδική λύση  $x = 2$ .
- iv. Ισχύει  $d(x, -1) < 3 \Leftrightarrow -4 < x < 2$ .
- v. Αν οι συντελεστές  $\alpha$  και  $\gamma$  της  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $\alpha \neq 0$  είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση έχει 2 άνισες, πραγματικές ρίζες.

**(Μονάδες 10)**

**Θέμα Β**

**B<sub>1</sub>**. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

i)  $x^4 = 81$

ii)  $x^2 - 12|x| + 35 = 0$

**(Μονάδες 8)**

**B<sub>2</sub>**. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις

i)  $8 - |2x - 6| \leq \frac{|3 - x| - 4}{2}$

ii)  $3(x - 4)^2 - (x + 1)^3 + 2x(x - 1)(x + 1) < (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - 29x$

**(Μονάδες 8)**

**B<sub>3</sub>**. Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda \in \mathbf{R}$  η εξίσωση  $\lambda(\lambda - 1)x = (\lambda + 1)(\lambda - 1)$

- i) Έχει μοναδική λύση      ii) Είναι ταυτότητα      iii) Είναι αδύνατη

**(Μονάδες 9)**

### Θέμα Γ

Θεωρούμε την εξίσωση

$$x^2 - 2x - 5 = 0 \quad (1)$$

Γ<sub>1</sub>. Να αποδείξετε ότι έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες

(Μονάδες 4)

Γ<sub>2</sub>. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

i)  $x_1 + x_2$       ii)  $x_1 \cdot x_2$       iii)  $x_1^2 + x_2^2$       iv)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

(Μονάδες 8)

Γ<sub>3</sub>. Να κατασκευάσετε την εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού που έχει ρίζες τις

$\rho_1 = 2x_1$  και  $\rho_2 = 2x_2$ , όπου  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης (1).

(Μονάδες 5)

Γ<sub>4</sub>. Να λύσετε την ανίσωση  $1 \leq |x - S| < 4$ , όπου  $S$  το άθροισμα των ριζών  $x_1, x_2$  της εξίσωσης (1).

(Μονάδες 8)

### Θέμα Δ

Θεωρούμε την εξίσωση

$$x^2 + (\lambda - 5)x - \lambda + 4 = 0, \lambda \in \mathbf{R} \quad (2)$$

Δ<sub>1</sub>. Να δείξετε ότι η (2) έχει πραγματικές ρίζες για κάθε  $\lambda \in \mathbf{R}$

(Μονάδες 5)

Δ<sub>2</sub>. Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda \in \mathbf{R}$  οι ρίζες της (2) είναι άνισες και για ποιές είναι ίσες.

(Μονάδες 8)

Δ<sub>3</sub>. Να βρεθεί για ποιά τιμή του  $\lambda \in \mathbf{R}$  ισχύει  $\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} + x_1 + x_2 = -\frac{1}{x_1 + x_2}$

(Μονάδες 8)

Δ<sub>4</sub>. Να βρείτε για ποιά τιμή του  $\lambda \in \mathbf{R}$  η (2) έχει ρίζες αντίθετες.

(Μονάδες 4)

**Καλή επιτυχία**

**Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές**

**Νίκου Δημήτρης**

**Παλτσόκας Παναγιώτης**

**Παπαθανασίου Νίκος**

**Χωνιανάκης Αντώνης**