

Άλγεβρα Α' Λυκείου

Εξεταζόμενη Ύλη: Κεφάλαιο 2^ο : Οι πραγματικοί Αριθμοί

Κεφάλαιο 3^ο : Εξισώσεις

Θέμα Α

A1

i. Να αποδείξετε ότι: $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha\beta}$

(Μονάδες 5)

ii. Στην περίπτωση που η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , να αποδείξετε ότι:

• $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$

• $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

(Μονάδες 10)

A2

i. Η εξίσωση $3|x| = -3$ είναι αδύνατη.

ii. Για όλους τους θετικούς ακέραιους a ισχύει ότι $\sqrt{a^2} = a$.

iii. Για κάθε $\rho \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $|x| \leq \rho \Leftrightarrow -\rho \leq x \leq \rho$.

iv. Η εξίσωση $x^n = a$ με $a > 0$ και n άρτιο έχει μία μόνο ρίζα.

v. Αν ισχύει $-1 < x < 0$, τότε η παράσταση $A = |-x| + |1+x|$ είναι ανεξάρτητη του x .

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

B1

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

i. $\frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - x} + \frac{3x - 1}{1 - x} = -\frac{2}{x}$

ii. $x^2(2x - 1) - 2x(1 - 2x) = 1 - 2x$

iii. $x^4 = 7x^2 - 12$

(Μονάδες 15)

B2

Να συγκριθούν οι αριθμοί $A = \sqrt{6 + 2\sqrt{6}}$ και $B = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

(Μονάδες 5)

B3

Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

(Μονάδες 5)

Θέμα Γ

Γ1 . Έστω η εξίσωση $x^2 - x - 6 = 0$ (1) και x_1, x_2 οι ρίζες της.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες

(Μονάδες 3)

β) Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες x_1, x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i. $x_1 + x_2$ ii. $x_1 \cdot x_2$ iii. $x_1^2 + x_2^2$ iv. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$.

(Μονάδες 12)

γ) Αφού βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης (1) να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού η οποία έχει για ρίζες τις $\rho_1 = x_1 + 1$, $\rho_2 = x_2 + 1$ όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1).

(Μονάδες 5)

Γ2 Να βρεθεί το $\lambda \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η εξίσωση $\lambda^2 x - 4 = \lambda^2 - 4\lambda + 4x$ να είναι αδύνατη.

(Μονάδες 5)

Θέμα Δ

Δ1

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\frac{2|x-3|}{3} + \frac{5-|x-3|}{2} = \frac{|3-x|-1}{3}$ έχει λύσεις μόνο τους αριθμούς 20 και -14.

Έστω α η μικρότερη και β η μεγαλύτερη λύση της παραπάνω εξίσωσης τότε:

- ii. Αν $|x| < -a$ και $|y| < \beta$ να αποδείξετε ότι $|x+y| < 34$
iii. Αν $d(x,2) < 21 - \beta$ να αποδείξετε ότι η παράσταση:

$$A = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

είναι ανεξάρτητη του x.

(Μονάδες 15)

Δ2

Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

- i. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}}$
ii. $\sqrt{a^3 a^4} \cdot \sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}$, $a \geq 0$

(Μονάδες 10)

Καλή Επιτυχία!!!

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Δημήτρης Νίκου
Παναγιώτης Παλτσόκας
Νίκος Παπαθανασίου
Αντώνης Χωνιανάκης