ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
22/5/2008

ΘΕΜΑ 1ο

Α) σελ.28
Β)σελ.96
Γ)α.Λ β.Λ γ.Σ δ.Σ ε.Σ

ΘΕΜΑ 2ο

$f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

α) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{e^x \frac{(x-1)}{e^x}}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{2}$

β) Η παράγωγος της συνάρτησης είναι

$f'(x) = \frac{(x-1)'e^x-(x-1)(e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{e^x-(x-1)e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x-e^x x+e^x}{e^{2x}} = \frac{2e^x-e^x x}{e^{2x}} =$

$= \frac{e^x(2-x)}{e^{2x}} = \frac{(2-x)}{e^x}$. Άρα $e^x f'(x) = e^x \frac{(2-x)}{e^x} = 2-x$

γ)Για να βρεθούν τα πιθανά ακρότατα πρέπει να ισχύει

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{(2-x)}{e^x} = 0 \Leftrightarrow e^x(2-x)=0$

Δηλ. e^x=0(αδύνατη) ή $2-x = 0 \Leftrightarrow x=2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f'	+	0	—
f	↗		↘

Άρα η f παρουσιάζει τοπ.μέγιστο για $x=2$ και ισχύει $f(2)=e^{-2}$

ΘΕΜΑ 3ο

α)$\bar{x}_A = \frac{20+26+24+22+18}{5} = \frac{110}{5} = 22$

$\bar{x}_B = \frac{26+32+19+20+23}{5} = \frac{120}{5} = 24$

β) *Για να επιλέξουμε ποιον τύπο μπαταρίας συμφέρει να αγοράσουμε, θα συγκρίνουμε το κόστος ανά 1000 ώρες*

Τύπος Α

Για 22(χιλιάδες ώρες) το κόστος είναι 38€

Για 1 >> >> x;

$$x = \frac{38}{22} = 1.72€$$

Τύπος Β

Για 24(χιλιάδες ώρες) το κόστος είναι 40€

Για 1 >> >> y;

$$y = \frac{40}{38} = 1.66€$$

Άρα συμφέρει να αγοράσουμε μπαταρία τύπου Β.

γ) $S_A^2 = \frac{1}{\nu}\left[\sum (X_i - \overline{X}_A)^2\right] = \frac{1}{5}\left[(20-22)^2+(26-22)^2+(24-22)^2+(22-22)^2+(18-22)^2\right] =$

$$= \frac{40}{5} = 8$$

$S_B^2 = \frac{1}{\nu}\left[\sum (X_i - \overline{X}_B)^2\right] = \frac{1}{5}\left[(26-24)^2+(32-24)^2+(19-24)^2+(20-24)^2+(23-22)^2\right] =$

$$= \frac{110}{5} = 22$$

Οι ζητούμενες τυπικές αποκλίσεις είναι : $S_A = \sqrt{8}$ $S_B = \sqrt{22}$

δ) $CV_A = \frac{S_A}{\overline{X}_A} = \frac{\sqrt{8}}{22} = \frac{2\sqrt{2}}{22} = \frac{\sqrt{2}}{11}$

$CV_B = \frac{S_B}{\overline{X}_B} = \frac{\sqrt{22}}{24} = \frac{\sqrt{11}\sqrt{2}}{24} = \frac{3.3\sqrt{2}}{24}$

$CV_A < CV_B$ *άρα το Α παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια.*

*ΘΕΜΑ 4^ο^*

α) Έστω : Α το ενδεχόμενο να διαβάζουν την εφημερίδα α
και Β το ενδεχόμενο να διαβάζουν την εφημερίδα β

$$P(A) = \frac{50}{100}$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = \frac{30}{100}$$

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow \frac{30}{100} = \frac{50}{100} - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{20}{100}$$

$$P(A' \cup B) = P[(A \cap B')]' = 1 - P(A \cap B') = 1 - \frac{30}{100} = \frac{70}{100}$$

β) $P(B) \leq P(A' \cup B) \Leftrightarrow P(B) \leq \frac{70}{100} \Leftrightarrow P(B) \leq \frac{7}{10}$

$P(A \cap B) \leq P(B) \Leftrightarrow \frac{20}{100} \leq P(B) \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq P(B)$

Άρα ισχύει η ζητούμενη σχέση.

γ) *$f(x)=x^3 - ½\, x^2 + P(B)x$ $\quad f'(x)=3x^2-x+P(B)$*
$f'(x)=0$ $\quad 3x^2-x+P(B)=0$ (δευτεροβάθμια εξίσωση)

$\Delta=(-1)^2-4\cdot 3\cdot P(B) = 1 - 12P(B)<0$ διότι $\frac{1}{5} \leq P(B) \leq \frac{7}{10}$ $\quad 12P(B) > 1$

επομένως η εξίσωση είναι αδύνατη οπότε η συνάρτηση δεν παρουσιάζει ακρότατα.

<u>Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι καθηγητές:</u>
Λυζάρδου Κατερίνα
Μεταξάς Κώστας
Ράμμος Γιώργος
Φραγκόπουλος Γιώργος