**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**
**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017**
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**
**ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017**

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Σχολικό βιβλίο σελ. 31
**Α2.** Σχολικό βιβλίο σελ. 14
**Α3.** Σχολικό βιβλίο σελ. 72
**Α4.** i) **Σ** ii) **Λ** iii) **Λ** iv) **Σ** v) **Λ**

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.**

| $x_i$ | $v_i$ |
|---|---|
| **1** | 2 |
| **3** | 3 |
| **5** | 4 |
| **9** | 1 |

**α.** $v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 2 + 3 + 4 + 1 = 10$

Η μέση τιμή $\bar{x}$ των παρατηρήσεων είναι:

$$\bar{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{4} x_i v_i = \frac{1\cdot 2+3\cdot 3+5\cdot 4+9\cdot 1}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

**β.** Η διάμεσος των παρατηρήσεων είναι

$$\frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$$

**γ.** Η διακύμανση $s^2$ των παρατηρήσεων είναι:

$$s^2 = \frac{1}{v}\sum_{1}^{4}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 v_i = \frac{9\cdot 2+1\cdot 3+1\cdot 4+25\cdot 1}{10} = \frac{18+3+4+25}{10} = 5$$

**Β$_2$.**

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4} \approx 0.5 > 0.1$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Η συνάρτηση $f(x)=x^2-x+1$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ έχει $f'(x)=2x-1$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

$f'(x)>0$ για $x>\frac{1}{2}$ και $f'(x)<0$ για $x<\frac{1}{2}$. Η $f$ λοιπόν είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,\frac{1}{2}]$ και γνησίως αύξουσα στο $[\frac{1}{2},+\infty)$ ενώ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $\frac{1}{2}$, το $f(\frac{1}{2})=\frac{3}{4}$.

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | | $+$ |
| $f(x)$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ |

**Γ2.** Η εξίσωση της εφαπτομένης στο $\mathrm{A}(2,f(2))$ είναι $(\varepsilon): y-f(2)=f'(2)(x-2)$ με $f(2)=3$ και $f'(2)=3$. Τελικά $(\varepsilon): y=3x-3$

**Γ3.** Η ευθεία $(\varepsilon): y=3x-3$ τέμνει τον $x'x$ στο $\mathrm{B}(1,0)$ και τον $y'y$ στο $\Gamma(0,-3)$

**Γ4.** $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$

$=\lim\limits_{x\to1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=\frac{1}{2}$

## ΘΕΜΑ Δ

$$\mathrm{A}\begin{cases}\to \mathrm{A}\\ \to \mathrm{M}\\ \to \mathrm{K}\end{cases}$$

**Δ1.**
$$\mathrm{M}\begin{cases}\to \mathrm{A}\\ \to \mathrm{M}\\ \to \mathrm{K}\end{cases}$$

$$\mathrm{K}\begin{cases}\to \mathrm{A}\\ \to \mathrm{M}\\ \to \mathrm{K}\end{cases}$$

Ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι $\Omega=\{\mathrm{AA},\mathrm{AM},\mathrm{AK},\mathrm{MA},\mathrm{MM},\mathrm{MK},\mathrm{KA},\mathrm{KM},\mathrm{KK}\}$ με $\mathrm{N}(\Omega)=9$

**Δ2.** Έχουμε τα ενδεχόμενα $\mathrm{A}=\{\mathrm{AM},\mathrm{MM},\mathrm{KM}\}$ με $\mathrm{N}(\mathrm{A})=3$ και $\mathrm{B}=\{\mathrm{AM},\mathrm{AK},\mathrm{MA},\mathrm{MK},\mathrm{KA},\mathrm{KM}\}$ με $\mathrm{N}(\mathrm{B})=6$

**Δ3.**

**α)** Είναι

- $\mathrm{A}'=\{\mathrm{AA},\mathrm{AK},\mathrm{MA},\mathrm{MK},\mathrm{KA},\mathrm{KM}\}$ οπότε $P(\mathrm{A}')=\dfrac{\mathrm{N}(\mathrm{A}')}{\mathrm{N}(\Omega)}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$
- $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\{\mathrm{AM},\mathrm{KM}\}$ με $P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\dfrac{\mathrm{N}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{N}(\Omega)}=\dfrac{2}{9}$
- $\mathrm{A}-\mathrm{B}=\{\mathrm{MM}\}$ με $P(\mathrm{A}-\mathrm{B})=\dfrac{\mathrm{N}(\mathrm{A}-\mathrm{B})}{\mathrm{N}(\Omega)}=\dfrac{1}{9}$
- $\mathrm{B}-\mathrm{A}=\{\mathrm{AK},\mathrm{MA},\mathrm{MK},\mathrm{KA}\}$ με $P(\mathrm{B}-\mathrm{A})=\dfrac{\mathrm{N}(\mathrm{B}-\mathrm{A})}{\mathrm{N}(\Omega)}=\dfrac{4}{9}$

**β)** Εφόσον το $\Gamma$ είναι ασυμβίβαστο με το $\mathrm{A}$ και το $\mathrm{B}$ ,θα είναι ασυμβίβαστο και με την $\mathrm{A}\cup\mathrm{B}$ και θα ισχύει $P(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})+P(\Gamma)\le P(\Omega)\Leftrightarrow P(\Gamma)\le 1-P(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})\Leftrightarrow P(\Gamma)\le P(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})'$ με

$\mathrm{A}\cup\mathrm{B}=\{\mathrm{AM},\mathrm{AK},\mathrm{MA},\mathrm{MM},\mathrm{MK},\mathrm{KA},\mathrm{KM}\}$, άρα $(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})'=\{\mathrm{AA},\mathrm{KK}\}$ με $P(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})'=\dfrac{2}{9}$

Επομένως $P(\Gamma)\le\dfrac{2}{9}$.

**Τις απαντήσεις των θεμάτων επιμελήθηκαν οι καθηγητές**
**Νίκου Δημήτρης**
**Νταντίνος Γιώργος**
**Παλτσόκας Παναγιώτης**
**Παπαθανασίου Νίκος**