ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ 12/6/2019

ΘΕΜΑ Α
Α1.β, **Α2.**γ, **Α3.**α, **Α4.**γ, **Α5.α)**Λ, **β)**Σ, **γ)**Λ, **δ)**Σ, **ε)**Σ.

ΘΕΜΑ Β

Β1.
α) Σωστό το (ii).
β)$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_s} f_s = \frac{20}{21} f_s$
Α.Δ.Ο.: $\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow m\upsilon_s = 2m\upsilon_K \Leftrightarrow \upsilon_K = \frac{\upsilon_s}{2} = \frac{20}{21} f_s$
Οπότε έχουμε $f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_K} f_s = \frac{40}{41} f_s$
Προκύπτει τελικά:
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}$$

Β2.
α) Σωστό το (iii)
β) Από την εξίσωση συνέχειας για τις περιοχές (1) και (2) προκύπτει
$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow$$
$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2$$
$\upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{2}$ (1), για τις ταχύτητες ροής του ρευστού στις δύο περιοχές

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulliγια δύο σημεία, 1 και 2, της ίδια οριζόντιας ρευματικής γραμμής που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο με το κάθε σωληνάκι στις περιοχές (1) και (2) αντίστοιχα.
$$\left.\begin{matrix} p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \\ \text{από τον νόμο της υδροστατικής για το σημείο 1:} \\ p_1 = p_{atm} + \rho g h \\ p_2 = p_{atm} \end{matrix}\right\} \Rightarrow p_{atm} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$$
$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{8}{3}gh}\ (2)$$

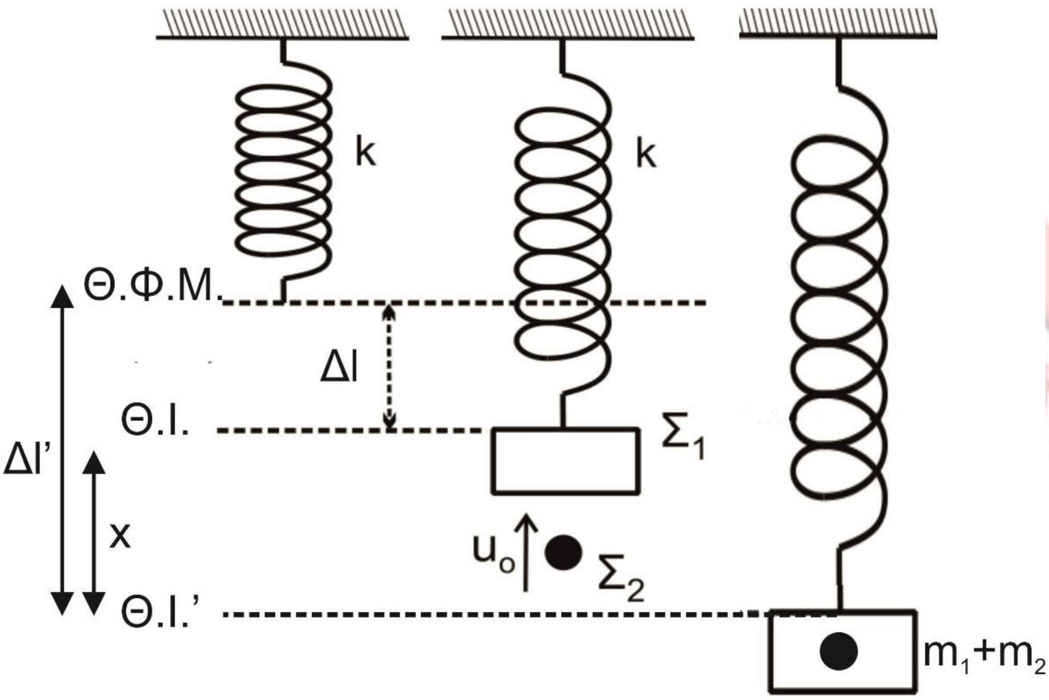
Επειδή η στάθμη παραμένει σταθερή έχουμε για τις περιοχές (2), (3) έχουμε:
$$\Pi_2 = \Pi_3 \Leftrightarrow \upsilon_3 = 2\upsilon_2\ (3)$$
Όμως από Toricelli: $\upsilon_3 = \sqrt{2gH} \overset{(2),(3)}{\Longleftrightarrow} 2\sqrt{\frac{8}{3}gh} = \sqrt{2gH} \Leftrightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$

Β3.
α) Σωστό το (ii)
β) ΘΜΚΕ στη ράβδο από $A \rightarrow \Delta$: $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2 = F \cdot \Delta\theta \Leftrightarrow \omega = 3\pi\ r/s$

Α.Δ.Σ. για τη ράβδο και το m: $\vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{τελ} \Leftrightarrow I\omega = I_{ολ}\omega_κ \Leftrightarrow \frac{1}{2}ML^2 \cdot 3\pi = \left(\frac{1}{3}ML^2 + mL^2\right)\omega_κ \Leftrightarrow \omega_κ = \frac{3\pi}{2} r/s$

Τελικά έχουμε για την τροχιά $Δ \rightarrow Ε$: $\omega_κ = \frac{Δ\theta}{Δt} \Leftrightarrow Δt = \frac{\pi/2}{3\pi/2} = \frac{1}{3}$s

ΘΕΜΑ Γ



Γ1) Στη Θ.Ι. ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow kΔl = m_1 g \Leftrightarrow k = 200\ N/m$
Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα ισορροπεί σε Θ.Ι.' για την οποία ισχύει:

$$\Sigma\vec{F'} = 0 \Leftrightarrow kΔl' = (m_1 + m_2)g \Leftrightarrow Δl' = 0{,}1m$$

Σύμφωνα με την εκφώνησητο συσσωμάτωμα φθάνει μέχρι τη Θ.Φ.Μ., άρα$Δl' \equiv A'$

Γ2) ΑΔΕΤ μετά την κρούση:

$$\frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}Dx^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_K^2 \xLeftrightarrow{x=Δl'-Δl} \upsilon_K = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$$

Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$$\vec{p}_{συστ,αρχ} = \vec{p}_{συστ,αρχ} \Leftrightarrow m_2\upsilon_o = (m_1+m_2)\upsilon_K \Leftrightarrow \upsilon_o = \sqrt{3}\frac{m}{s}$$

Οπότε η κινητική ενέργεια του m_2 πριν την κρούση είναι:

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_o^2 = 1{,}5\,J$$

Γ3)$Δ\vec{p}_2 = \vec{p}_{2,τελ} - \vec{p}_{2,αρχ} \Leftrightarrow |Δ\vec{p}_2| = |m_2\upsilon_K - m_2\upsilon_o| = \left|-\frac{\sqrt{3}}{2}\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}kg\frac{m}{s}$
Η κατεύθυνση είναι προς τα κάτω, αντίθετη της αρχικής ταχύτητας του m_2

Γ4)Έχουμε: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} = 10\frac{r}{s}$

Γιαt=0s: $x = A'ημ\varphi_o \xLeftrightarrow{x=Δl'-Δl} \varphi_o = \frac{\pi}{6}rad$ ή$\varphi_o = \frac{5\pi}{6}rad$

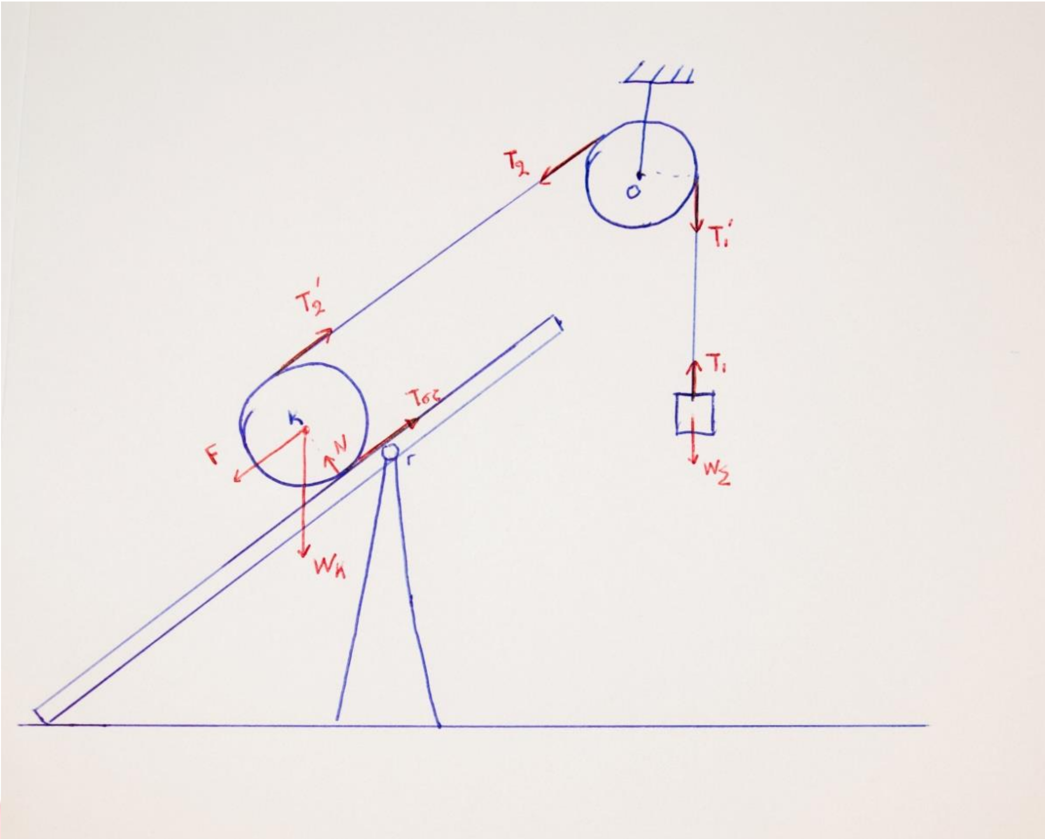
Επαληθεύουμε για t=0s στην ταχύτητα:

$$\upsilon = \omega A \sigma \upsilon \nu \frac{\pi}{6} > 0, \delta \varepsilon \kappa \tau \acute{\eta}$$
$$\upsilon = \omega A \sigma \upsilon \nu \frac{5\pi}{6} < 0, \alpha \pi o \rho.$$

Οπότε προκύπτει τελικά: $x = 0{,}1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)\ (S.I.)$

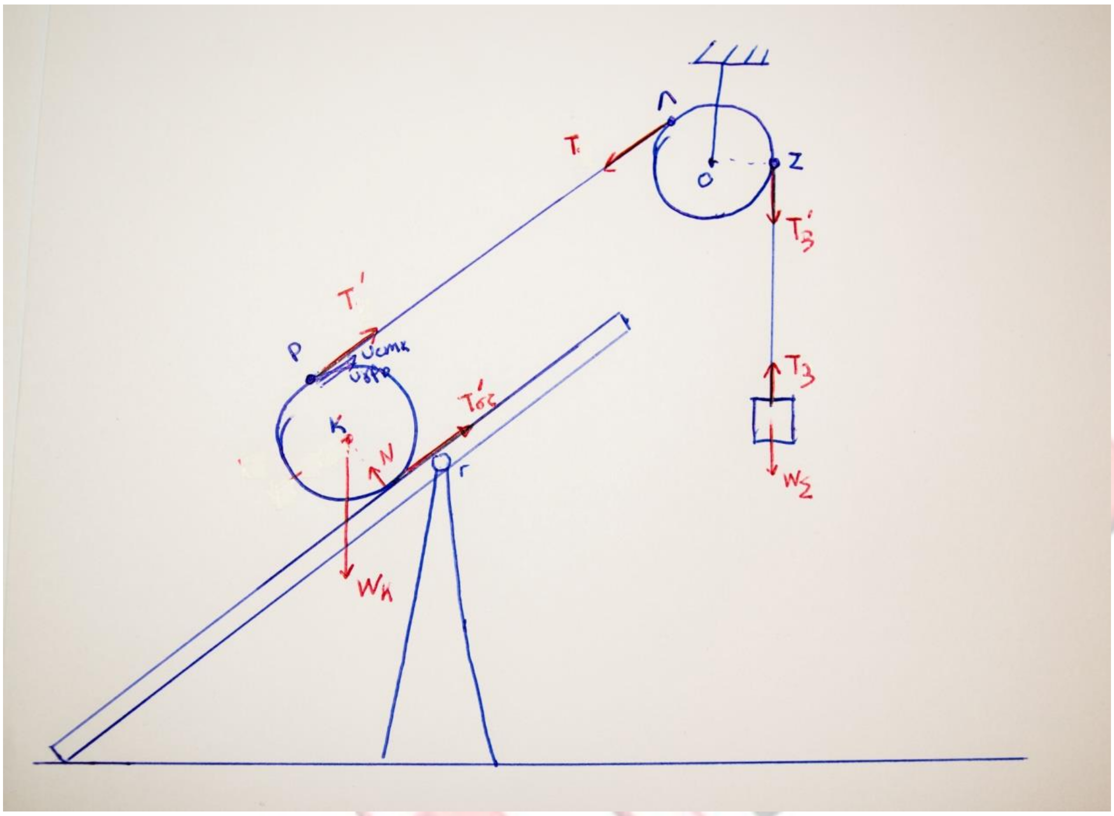
ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Αφού το σύστημα ισορροπεί ισχύει:
Για το σώμα Σ
$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow T_1 - W_\Sigma = 0 \Leftrightarrow T_1 = 20N = T'_1 (\alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ \tau o\ \nu\acute{\eta}\mu\alpha\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \alpha\beta\alpha\rho\acute{\varepsilon}\varsigma)$$
Για την τροχαλία
$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_2 R_T - T'_1 R_T = 0 \Leftrightarrow T_2 = T'_1 = 20N = T'_2 (\alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ \tau o\ \nu\acute{\eta}\mu\alpha\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \alpha\beta\alpha\rho\acute{\varepsilon}\varsigma)$$
Για τον κύλινδρο
$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Leftrightarrow T_{\sigma\tau} R_\kappa - T'_2 R_K = 0 \Leftrightarrow T_{\sigma\tau} = 20N$$
$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F + W_{Kx} - T_{\sigma\tau} - T'_2 = 0 \Leftrightarrow F = T_{\sigma\tau} + T'_2 - M_K g \eta\mu\varphi \Leftrightarrow \boldsymbol{F = 30N}$$

Δ2.



Αφού το νήμα είναι μη εκτατό και δεν γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας και του δίσκου, κάθε στιγμή ισχύει $\upsilon_\Sigma = \upsilon_Z = \upsilon_\Lambda = \upsilon_P$ **(1)**

$$\upsilon_Z = \upsilon_\Lambda = \omega_T R_T \ \textbf{(2)}$$

Αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση $\upsilon_{cm(\kappa)} = \omega_\kappa R_\kappa$ **(3)**

$$\upsilon_P = \upsilon_{\gamma\rho(P)} + \upsilon_{cm(\kappa)} \overset{(3)}{\Leftrightarrow} \upsilon_P = 2\upsilon_{cm(\kappa)} = 2\omega_\kappa R_\kappa \ \textbf{(4).}$$

Άρα από τις σχέσεις (1), (2) και (4) προκύπτει $\boldsymbol{\upsilon_\Sigma = \omega_T R_T = 2\upsilon_{cm(\kappa)} = 2\omega_\kappa R_\kappa}$ (5)

Για την επιτάχυνση του σώματος Σ ισχύει:

$$\alpha_\Sigma = \frac{d\upsilon_\Sigma}{dt} \overset{(5)}{\Leftrightarrow} \alpha_\Sigma = \frac{d\omega_T}{dt}R_T = 2\frac{d\upsilon_{cm(\kappa)}}{dt} = 2\frac{d\omega_\kappa}{dt}R_\kappa$$

$$\boldsymbol{\alpha_\Sigma = \alpha_{\gamma\omega\nu(T)}R_T = 2\alpha_{cm(\kappa)} = 2\alpha_{\gamma\omega\nu(\kappa)}R_\kappa} \ (6)$$

Για το σώμα Σ από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = M_\Sigma \alpha_\Sigma \Leftrightarrow W_\Sigma - T_3 = M_\Sigma \alpha_\Sigma$$

$$20 - T_3 = 2\alpha_\Sigma \ (7)$$

Για την τροχαλία από τον Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής

$$\Sigma\tau = I_\tau \alpha_{\gamma\omega\nu(T)} \Leftrightarrow T'_3 R_T - T R_T = \frac{1}{2} M_T {R_T}^2 \alpha_{\gamma\omega\nu(T)} \Leftrightarrow T'_3 - T = \frac{1}{2} M_T \alpha_{\gamma\omega\nu(T)} R_T \overset{(6)}{\Leftrightarrow}$$

$$T'_3 - T = \alpha_\Sigma \ \mathbf{(8)}$$

Για τον κύλινδρο από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F_x = M_\kappa \alpha_{cm(\kappa)} \Leftrightarrow T' + T'_{\sigma\tau} - W_{\kappa(x)} = M_\kappa \alpha_{cm(\kappa)} \overset{(6)}{\Leftrightarrow}$$

$$T' + T'_{\sigma\tau} - 10 = \alpha_\Sigma \ (\mathbf{9})$$

και από τον Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής

$$\Sigma\tau = I_\kappa \alpha_{\gamma\omega\nu(\kappa)} \Leftrightarrow T' R_\kappa - T'_{\sigma\tau} R_\kappa = \frac{1}{2} M_\kappa {R_\kappa}^2 \alpha_{\gamma\omega\nu(\kappa)}$$

$$T' - T'_{\sigma\tau} = \alpha_{\gamma\omega\nu(\kappa)} R_\kappa \overset{(6)}{\Leftrightarrow} T' - T'_{\sigma\tau} = \frac{\alpha_\Sigma}{2} \ (\mathbf{10})$$

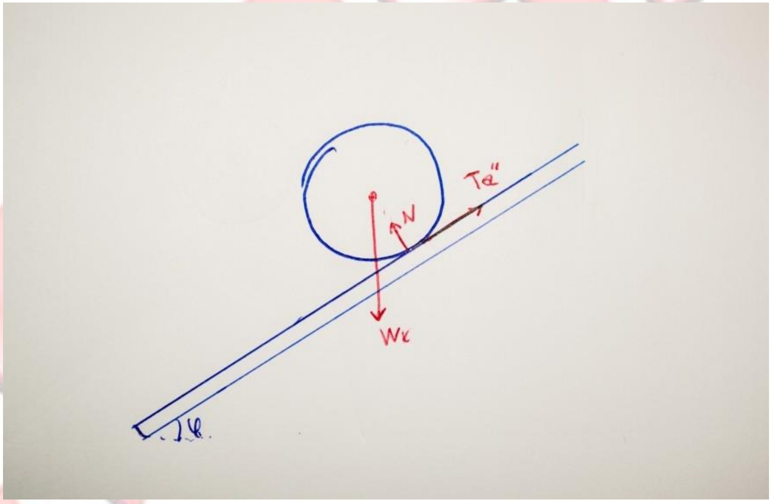
Αφού το νήμα είναι αβαρές Τ′=Τ και Τ′$_3$=Τ$_3$. Προσθέτοντας τις σχέσεις (7) και (8) και τις σχέσεις (9) και (10) κατά μέλη προκύπτουν αντίστοιχα:

$$\left.\begin{aligned} 20 - T &= 3\alpha_\Sigma \\ 2T - 10 &= \frac{3\alpha_\Sigma}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_\Sigma = 4 m/s^2}$$

Επίσης από την σχέση (6) προκύπτει

$$\boldsymbol{\alpha_{cm(\kappa)} = \frac{\alpha_\Sigma}{2} = 2 m/s^2}$$

Δ3.



Μετά το κόψιμο του νήματος ο κύλινδρος εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση
Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F_x = M_\kappa \alpha_{cm(\kappa)} \Leftrightarrow W_{\kappa(x)} - T''_{\sigma\tau} = M_\kappa \alpha'_{cm(\kappa)}$$

$$10 - T''_{\sigma\tau} = 2\alpha'_{cm(\kappa)} \ (\mathbf{11})$$

Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής

$$\Sigma\tau = I_\kappa \alpha_{\gamma\omega\nu(\kappa)} \Leftrightarrow T''_{\sigma\tau} R_\kappa = \frac{1}{2} M_\kappa {R_\kappa}^2 \alpha'_{\gamma\omega\nu(\kappa)}$$

Και αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει $\alpha'_{cm(\kappa)} = \alpha'_{\gamma\omega\nu(\kappa)} R_\kappa$,άρα

$$T''_{\sigma\tau} = \alpha'_{cm(\kappa)} \ (\mathbf{12})$$

Από τις σχέσεις (11) και (12) με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει:

$$\alpha'_{cm(\kappa)} = \frac{10}{3} m/s^2$$

Η κίνηση του κυλίνδρου από την t=0 έως και την t_1=0,5sec είναι ομαλά επιταχυνόμενη άρα για την ταχύτητα του κέντρου μάζας του την t_1 ισχύει:

$$\upsilon_{cm,1} = \alpha_{cm(\kappa)} t_1 = \frac{1m}{s}.$$

Η κίνηση του κυλίνδρου από την t_1 έως και την t_2 που ακινητοποιείται είναι ομαλά επιβραδυνόμενη άρα για την ταχύτητα του κέντρου μάζας του την t_2 ισχύει:

$$\upsilon_{cm,2} = \upsilon_{cm,1} - \alpha'_{cm(\kappa)}\Delta t \Leftrightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3}\Delta t \Leftrightarrow \Delta t = 0{,}3sec.$$

Άρα $\mathbf{t_2=t_1+\Delta t=0{,}8sec.}$

Δ4.

Για το διάστημα που διανύει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου κατά την επιταχυνόμενη κίνηση (από την t=0 έως και την t_1=0,5sec) ισχύει:

$$S_{cm,1} = \frac{1}{2}\alpha_{cm(\kappa)} {t_1}^2 = 0{,}25m$$

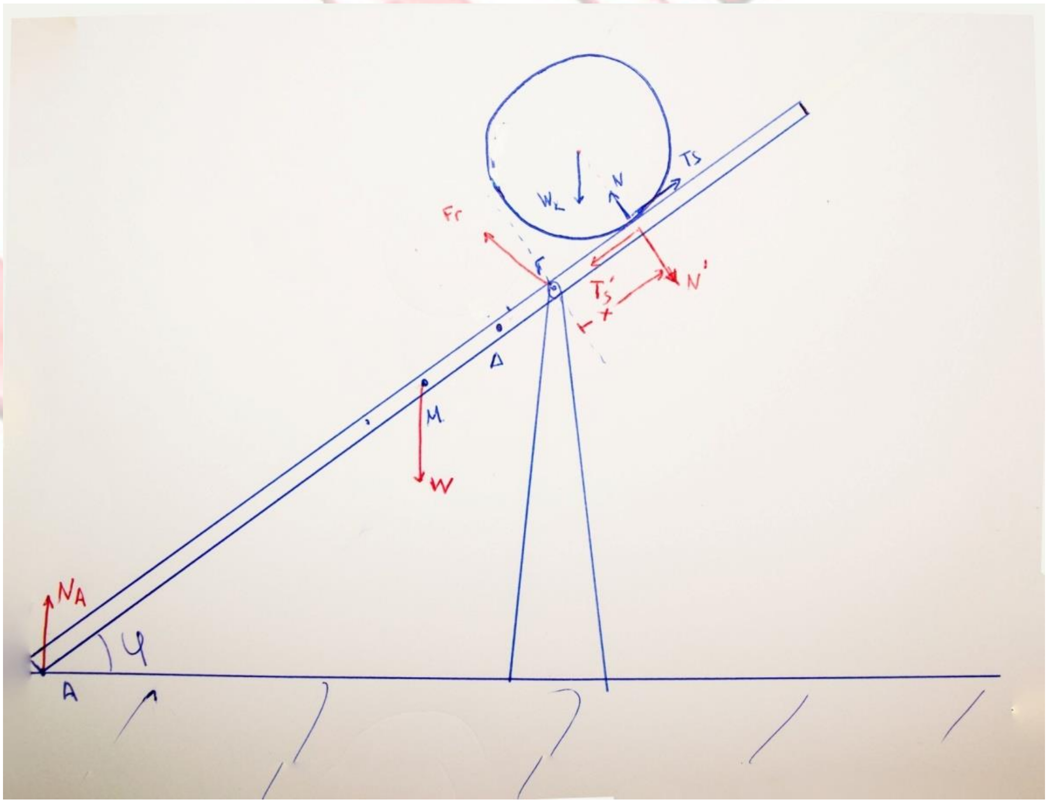
ενώ για το διάστημα που διανύει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου κατά την επιβραδυνόμενη κίνηση (από την t_1 έως και την t_2)

$$S_{cm,2} = \upsilon_{cm,1}\Delta t - \alpha'_{cm(\kappa)}\Delta t^2 = 0{,}15m.$$

Άρα το διάστημα που διανύει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου από την t=0 έως και την στιγμιαία ακινητοποίηση του είναι

$$\boldsymbol{S_{cm} = S_{cm,1} + S_{cm,2} = 0,4m}$$

Δ5.



Κατά την διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου στην σανίδα η ΣF που ασκούνται σε αυτό στον κάθετο στην σανίδα άξονα (y) είναι μηδενική, άρα

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N - W_y = 0 \Leftrightarrow N = M_\kappa g \sigma\upsilon\nu\varphi = 10\sqrt{3}N.$$

Άρα και η δύναμη N' που ασκεί ο κύλινδρος στην σανίδα θα έχει επίσης μέτρο $10\sqrt{3}N$ ως δράση-αντίδραση.
Όσο η σανίδα ισορροπεί δέχεται τις παρακάτω δυνάμεις:

την N_A από το λείο δάπεδο, το βάρος της W, την δύναμη F_Γ από τον άξονα στο σημείο Γ και τις δυνάμεις N' και T'_s από τον κύλινδρο.

Αν x η θέση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου σε σχέση με το Γ (όπου $x_\Gamma=0$) για την ισορροπία της σανίδα θα ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Leftrightarrow \tau_{N_A} + \tau_W + \tau_{N'} + \tau_{T's} + \tau_{F_\Gamma} = 0$$

$$N_A(A\Gamma)\sigma\upsilon\nu\varphi - W(M\Gamma)\sigma\upsilon\nu\varphi + N'x = 0 \Leftrightarrow N_A \cdot 2{,}5\frac{\sqrt{3}}{2} - 20 \cdot 0{,}5\frac{\sqrt{3}}{2} + 10\sqrt{3}x = 0$$

$$N_A = 4 - 8x \ \ (S.I)\ (13)$$

Για να μην ανατραπεί η σανίδα θα πρέπει το άκρος της Α να είναι συνεχώς σε επαφή με το δάπεδο δηλαδή

$$N_A \geq 0 \overset{(13)}{\Longleftrightarrow} x \leq 0{,}5m$$

Για την του κυλίνδρου όμως μέχρι και ακινητοποιηθεί στιγμιαία ισχύει

$$-(\Gamma\Delta) \leq x \leq S_{cm} - (\Gamma\Delta)$$
$$-0{,}2m \leq x \leq +0{,}2m$$

Άρα η σανίδα δεν ανατρέπεται.

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ:

Ασημεόνογλου Παναγιώτης
Κοσμίδης Γιάννης